

გიორგი რეხვიაშვილი

ფილებისა და გარსების გაანგარიშების ზოგიერთი
საკითხი ჩვეულებრივი დიფერენციალური
განტოლებების ინტეგრების გზით

წარმოდგენილია დოქტორის აკადემიური ხარისხის
მოსაპოვებლად

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი
თბილისი, 0175, საქართველო
თვე, წელი

საავტორო უფლება © 2008, გიორგი რეხვიაშვილი

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

სამშენებლო ფაკულტეტი

ჩვენ, ქვემოთ ხელისმომწერნი ვადასტურებთ, რომ გავეცანით გიორგი რეხვიაშვილის მიერ შესრულებულ სადისერტაციო ნაშრომს დასახელებით: „ფილებისა და გარსების გაანგარიშების ზოგიერთი საკითხი ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების ინტეგრების გზით“ და ვაძლევთ რეკომენდაციას საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის სამშენებლო ფაკულტეტი სადისერტაციო საბჭოში მის განხილვას დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად.

ხელმძღვანელი: _____ რევაზ ცხვედაძე

რეცენზენტი: _____

რეცენზენტი: _____

რეცენზენტი: _____

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

2008 წელი

ავტორი: გიორგი რეხვიაშვილი

დასახელება: ფილებისა და გარსების გაანგარიშების ზოგიერთი საკითხი ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების ინტეგრების გზით

ფაკულტეტი : სამშენებლო

ხარისხი: დოქტორი

სხდომა ჩატარდა: თარიღი

ინდივიდუალური პიროვნებების ან ინსტიტუტების მიერ შემომოყვანილი დასახელების დისერტაციის გაცნობის მიზნით მოთხოვნის შემთხვევაში მისი არაკომერციული მიზნებით კოპირებისა და გავრცელების უფლება მინიჭებული აქვს საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტს.

ავტორის ხელმოწერა

ავტორი ინარჩუნებს დანარჩენ საგამომცემლო უფლებებს და არც მთლიანი ნაშრომის და არც მისი ცალკეული კომპონენტების გადაბეჭდვა ან სხვა რაიმე მეთოდით რეპროდუქცია დაუშვებელია ავტორის წერილობითი ნებართვის გარეშე.

ავტორი ირწმუნება, რომ ნაშრომში გამოყენებული საავტორო უფლებებით დაცული მასალებზე მიღებულია შესაბამისი ნებართვა (გარდა იმ მცირე ზომის ციტატებისა, რომლებიც მოითხოვენ მხოლოდ სპეციფიურ მიმართებას ლიტერატურის ციტირებაში, როგორც ეს მიღებულია სამეცნიერო ნაშრომების შესრულებისას) და ყველა მათგანზე იღებს პასუხისმგებლობას.

რეზიუმე

ნაშრომი ეხება თხელკედლიანი სივრცული კონსტრუქციების გაანგარიშების საკითხს, რომელთა მთავარ შემადგენელ ელემენტებს წარმოადგენენ ფილები და ცილინდრული გარსები. მათი შესწავლის აქტუალობა განპირობებულია იმ მზარდი მოთხოვნილებით, რომელსაც მას უყენებს თანამედროვე ტექნიკა და მშენებლობა. ისინი ფართოდ გამოიყენება სამრეწველო და სამოქალაქო მშენებლობაში, გემთმშენებლობაში, მანქანათმშენებლობაში, ავიამშენებლობაში, აეროდრომების მშენებლობაში და სხვა. აღნიშნული სისტემების ასეთი პოპულარობა განპირობებულია ერთის მხრივ მათი სიმტკიცის მაღალი მაჩვენებლებით, მეორეს მხრივ კი კონსტრუქციის წონის მკვეთრად შემცირების შესაძლებლობით, რასაც გადამწყვეტი მნიშვნელობა ენიჭება მფრინავი აპარატების (თვითმფრინავები, რაკეტები და სხვა) განხორციელებისას. გარსთა ტექნიკური თეორია, რომელიც ძირითადად ვ. რეისნერისა და ვ. ვლასოვის მიერ დაფუძნებულია ჰიპოთეზაზე ხისტი ნორმალის შესახებ. გადამწყვეტ განტოლებათა სისტემა მე-8-ე რიგისაა, ხოლო სასაზღვრო პირობები კი მართკუთხა ფორმის გარსის თითოეულ კიდეზე ხუთი. შეუსაბამობა, რომელიც გაჩნდა სასაზღვრო პირობებსა და განტოლებათა რიგს შორის ხელოვნური „რეკონსტრუქცია“ გაუკეთა კირხჰოფმა, რომელმაც შემოიღო ე.წ. „განზოგადებული“ განივი ძალის ცნება და ხუთი სასაზღვრო პირობა დაიყვანა ოთხზე. აღნიშნულ შეუსაბამობას თავიდანვე მიაქცია ყურადღება მრავალმა ცნობილმა მეცნიერმა. შეიქმნა მრავალი ე.წ. დაზუსტებული თეორიები. აღნიშნული საკითხის ზუსტი გადაწყვეტა მოგვცა ი. ვეკუამ, რომელმაც მე-8-ე რიგის დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემა აიყვანა. მე-10-ე რიგამდე, რითაც შესაბამისობა დაამყარა სასაზღვრო პირობებსა და განტოლებათა რიგს შორის.

ნაშრომის კვლევის ობიექტს წარმოადგენს ცილინდრული გარსი სხვადასხვა სახის ჩამაგრების პირობებით, თავისუფლად დაყრდნობილი მართკუთხა ფილა კონტურის გასწვრივ მოქმედი განაწილებული ცვლადი მომენტების ქმედებით, მართკუთხა ფილა, რომლის ორი მიმდებარე გვერდი ჩამაგრებულია ხისტად ან სახსრულად, ხოლო ორი მოსაზღვრე კი თავისუფალია და კონსოლური ფილა.

კვლევის მიზანია მოცემულ იქნეს აღნიშნული ობიექტების გაანგარიშებაზე ნებისმიერი პრაქტიკული ამოცანის გადაწყვეტის ახალი მეთოდი კლასიკური დრეკადობის თეორიაში დაკანონებული კირხჰოფის ჰიპოთეზის გამოყენების გარეშე, რომლის რიცხვითი რეალიზაციისას მთლიანად იქნება გამორიცხული მათემატიკური ხასიათის სირთულეები.

სამუშაოში დასახული კვლევის მიზანი მიღწეულია უწყვეტ ტანთა მექანიკაში ი. ლუდუშაურის მიერ შექმნილი ახალი მიმართულების „დრეკადობის თეორია ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებებში“ გამოყენებით, დამუშავებული ალგორითმების საფუძველზე პერსონალური კომპიუტერისათვის შედგენილია პროგრამები, რომელთა რეალიზაციის შედეგები მოყვანილია დისერტაციაში.

ნაშრომის მეცნიერული სიახლე.

- ახალი მეთოდის „დრეკადობის თეორია ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებებში“ გამოყენებით ცილინდრული გარსის გაანგარიშებისას გათვალისწინებულია ძერის ძალების გავლენა, რაც კლასიკურ გარსთა თეორიაში უგულებელყოფილია სასაზღვრო პირობების არასრულყოფილობის გამო.
- კონტურის გასწვრივ განაწილებული ცვლადი მომენტური დატვირთვის შემთხვევისათვის შესწავლილია მართკუთხა ფილის დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობა.
- მოცემულია მუდმივკვეთიანი კონსოლური ფილის თავისუფალ ბოლოზე სხვადასხვა ძალოვანი ფაქტორების მოქმედებისას ღუნვის ამოცანების ზუსტი გადაწყვეტა.
- შესწავლილია მართკუთხა ფილა, რომლის ორი მოსაზღვრე გვერდი თავისუფალია, დანარჩენი ორი კი შეიძლება იყოს ხისტად ჩამაგრებული ან სახსრულად დაყრდნობილი.
- ნაჩვენებია, რომ ახალი თეორია სიზუსტით ადეკვატურია კლასიკური დრეკადობის თეორიისა და ამასთან ერთად მკვეთრად ამარტივებს გარსების და ფილების გაანგარიშებაზე ნებისმიერი ამოცანის გადაწყვეტას, რაც მიიღწევა მათი ჩვეულებრივ დიფერენციალური განტოლებების ინტეგრებაზე დაყვანის გზით.

ნაშრომის პრაქტიკული ღირებულება. ა) მასში მიღწეულია სწორკუთხედის ფორმის თხელი ფილების ახალი მეთოდის დამუშავება, რომლის პრაქტიკული რეალიზაცია კირხჰოფის ჰიპოთეზის გამოყენების გარეშე მკვეთრად არის გამარტივებული; ბ) ადვილად მიიღწევა მოცემული მეთოდის არსის განზოგადოება გარსთა თეორიის ამოცანებზე; გ) ნაშრომში განხილული კონკრეტული ამოცანისათვის მოცემულია მათემატიკური ალგორითმი და პროგრამა, რომელიც გამოირჩევა კომპაქტურობით და სიმარტივით. ადვილად შეიძლება გამოყენებული იქნას საპროექტო და სამეცნიერო-კვლევითი დაწესებულებების მიერ ფილებისა და გარსების გაანგარიშებისა და პროექტირებისას.

დისერტაციის ძირითადი შედეგები მოხსენებული იქნა:

1. პროფესორ ნ. მოწონელიძის 80 წლის იუბილესთან დაკავშირებულ საერთაშორისო სიმპოზიუმზე „ თბილისი (1-2). 11.2000 წ.;
2. პროფესორ ლ. გველესიანის 70 წლის იუბილესადმი მიძღვნილი რესპუბლიკური სამეცნიერო-ტექნიკური კონფერენცია „სამშენებლო კონსტრუქციები“, თბილისი, 2001 წ.;
3. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის მასალათა გამძლეობისა და დრეკადობის თეორიის კათედრის მეთოდ-სემინარზე (თბილისი, 2003 წ.);
4. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის მასალათა გამძლეობისა და დრეკადობის თეორიის; სამშენებლო მექანიკის და სეისმომედეგობის კათედრების გაფართოებულ სხდომაზე (თბილისი, 2005 წ.);
5. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის სამშენებლო მექანიკისა და სეისმომედეგობის კათედრაზე (თბილისი, 2006 წ.)

დისერტაციის თემაზე გამოქვეყნებულია 4 სამეცნიერო შრომა.

პირველ თავში მოცემულია ფილებისა და გარსების გაანგარიშებაზე არსებული თეორიის განვითარების მოკლე მიმოხილვა.

ნაჩვენებია, რომ ამ დარგში არსებული პუბლიკაციათა სიმრავლის მიუხედავად, ჩატარებულ თეორიულ გამოკვლევათა შედეგები საჭიროებენ შემდგომ დამუშავებას მათი სიზუსტის გაზრდისა და პრაქტიკული გამოყენების თვალსაზრისით. ნაშრომში განსაკუთრებითაა აღნიშნული, რომ არსებული თეორიების სრულყოფის გარეშე იქმნება საშიშროება მათი თითქმის მთლიანად უგულვებელყოფისა პრაქტიკული ამოცანების გადაწყვეტის საქმეში, რაც ამჟამად უკვე შეიმჩნევა სასრულო ელემენტების რიცხვითი მეთოდის გამოყენებით შედგენილი მზა პროგრამების საზღვარგარეთიდან მრავლად შემოტანის გზით. ასეთი საშიში ტენდენცია კი ნაკარნახევია მხოლოდ იმით, რომ სასრულ ელემენტთა მეთოდი, არსებულ ანალიზურ მეთოდებთან შედარებით გაცილებით მარტივია მათემატიკური თვალსაზრისით. ამიტომ ამ საშიში ტენდენციის აცილება შესაძლებელია სწორედ ახალი კონკურენტუნარიანი ანალიზური მეთოდების დამუშავების გზით. რაც შეეხება რიცხვით მეთოდებს, მხედველობაში უნდა იქნეს მიღებული მათი უდაო უპირატესობა ძალიან რთული სტრუქტურის ობიექტების განხილვისას.

ჩატარებული კვლევის საფუძველზე ჩამოყალიბებულია ძირითადი დასკვნები:

1. ნაჩვენებია, რომ ი. ღუდუშაურის თეორიით მიღებული ამოხსნები გამოირჩევიან სწრაფი კრებადობით და მაღალი სიზუსტით. იგი მეტად მარტივია მათემატიკური თვალსაზრისით. უნარი აქვს წარმატებით გაუწიოს კონკურენცია რიცხვით მეთოდებს მარტივი სტრუქტურის მქონე ობიექტების განხილვისას.
2. კონკრეტული მაგალითების განხილვით დისერტაციაში მიღებული შედეგები პრაქტიკულად არ განსხვავდებიან კლასიკური დრეკადობის თეორიით სასაზღვრო პირობებით მიღებულ შედეგებისაგან, რაც ჩატარებული გამოკვლევის საიმედოობაზე მიუთითებს.
3. ფიქტიური სისტემების ურთიერთქმედების ძალები ხისტად ჩამაგრებული გვერდების გადაკვეთის წერტილიდან გამომავალ დიაგონალის გასწვრივ ნულის ტოლია, რაც ფიზიკური მოსაზრებებით მოსალოდნელიც იყო და კვლავ მიუთითებს ჩატარებული გამოკვლევის საიმედოობაზე.
4. ნაჩვენებია დამრეცი ცილინდრული გარსის გაანგარიშებისას ი. ღუდუშაურის მეთოდის უპირატესობა კლასიკურ მეთოდებთან შედარებით.

ჩატარებულია მთელი რიგი რიცხვითი ექსპერიმენტები მათემატიკური ალგორითმის სიზუსტისა და ამოხსნის კრებადობის დასადგენად.

Summary

The work concerns the issue of analysis of thin-walled spatial shell structures, the general composing elements of which the slabs and cylindrical shells are. The actuality of its study has been conditioned by the growing demands of up-to-date engineering and construction. They are widely used in industrial and civil engineering shipbuilding, machine-building, aircraft construction, construction of airports and so on. The high popularity of mentioned systems is conditioned, on the one hand, by high characteristics of strength, and on another - by possibility of significant decreasing of the structure weight that has the decisive importance in building of aircraft (airplanes, rockets and so on). In the theory of engineering of shells that by V. Reisner and V. Vlasov is mainly based on hypothesis about rigid normal, the system of solving equations are of 8th degree, and the number of boundary conditions on each edge of the rectangular shell is five. With the purpose to solve the disparity, emerged between boundary conditions and degree of equations, Kirchhof has made the artificial "reconstruction" that consists in bringing in of the concept of so called "generalized" transversal force and reducing the number of boundary conditions from five to four. Many famous scientists have paid an attention to mentioned disparity from the very outset. Many so called specified theories were elaborated. The precise solution of mentioned issue is given by I. Vekua via the rise of the degree of the system of differential equations from 8 to 10 that has allowed to establish the accordance between boundary conditions and degree of equations. The object of research of the present work there are the cylindrical shell with different boundary conditions, freely supported rectangular slab subjected to effect of variable moments distributed along the contour, the rectangular slab, two bordering to each other edges of which are embedded rigidly or jointed, and other two ones are free, and the cantilever slab.

The goal of investigation is elaboration of the new method of solution of any practical tasks connected to mentioned structures without using the Kirchhof hypothesis, legal in classic theory of elasticity, in numerical realization of which the difficulties of mathematical character will be entirely excluded.

The goal, assigned in work, is achieved using the new direction in mechanics of continued bodies "Theory of elasticity in common differential equations", elaborated by I. Gudushauri. On the basis of elaborated algorithms the programs for personal computers are elaborated, the results of realization of which are given in dissertation.

The scientific novelty of the work

- Using the new method "Theory of elasticity in common differential equations" in analysis of cylindrical shells there is considered the influence of shear forces that in classic theory of shells has been ignored due to incompleteness of boundary conditions.
- The mode of deformation of rectangular slab under effect of variable moment loading, distributed along the contour, is examined.
- The precise solution of task of bending of cantilever slab with permanent cross-section, subjected to different force factors acting on the free end is given.
- There is examined the rectangular slab, two bordering to each other edges of which are free, and other two ones can be embedded rigidly or supported by joints.
- There has been shown that the new theory has preciseness adequate to classic theory of elasticity and the same time significantly simplifies the solution of any

task of analysis of shells and slabs that is achieved via bringing them to integration of common differential equations.

The practical importance of the work

a) There is elaborated the new method of analysis of rectangular thin slabs, the practical realization of which without using the Kirchhoff hypothesis is significantly simplified; b) The generalization of the essence of given method on the tasks of theory of shells is easily achievable; c) for the concrete task, examined in the work, there is given the mathematical algorithm and program that is distinguished with compactness and simplicity. It easily can be used by the design and scientific-research institutions in analysis and design of slabs and shells.

The main results of dissertation were reported on:

1. International Symposium dedicated to 80 year anniversary of professor N. Motsonelidze, Tbilisi, 2000.
2. Scientific-Engineering Conference of Georgia -"Building Structures", dedicated to 70 year anniversary of professor L. Gvelesiani, Tbilisi, 2001.
3. Seminar of the faculty of resistance of materials and theory of elasticity of Georgian Technical University (Tbilisi, 2003)
4. The extended meeting of faculties of structural mechanics and seismic resistance, and structural mechanics and seismic resistance of Georgian Technical University (Tbilisi, 2005).
5. Faculty of structural mechanics and seismic resistance of Georgian Technical University (Tbilisi, 2006).

In first chapter there is given the short survey of development of existing theories of analysis of slabs and shells. There has been shown that, despite the plurality of publications in this field, the results of carried out theoretical research need further development in respect to rising of its preciseness and practical use. In the work there is particularly indicated that without accomplishment of existing theory there is aroused the danger of their almost entire ignoring in issue of solving of practical tasks that at present has been already seen on tendency of bringing from foreign countries of ready programs, using the numerical method of finite elements. This dangerous tendency is dictated by the circumstance that the method of finite elements is far simply in the view of mathematics comparatively to existing analytical methods. Therefore, the avoiding of this dangerous tendency is possible exactly by elaboration of new, competitive analytical methods. What about numerical methods, their doubtless preference should be considered in examination of objects of very complex structure.

On the basis of carried out research the following general inferences are formulated:

1. There is shown that the solutions, obtained by the theory of I. Gudushauri are distinguished by quick convergence and high preciseness. This method is very simply in the view of mathematics. It capable to compete successfully with numerical methods in examination of objects of simply structure.
2. Results, obtained via examination of case studies in dissertation do not practically differ from results, obtained using the boundary conditions of classic theory of elasticity that indicates the reliability of carried out research.
3. The forces of interacting of fictitious systems along the diagonal outgoing from the point of intersection of rigidly embedded sides is equal to zero that in physical point of view was expected and again indicates the reliability of implemented research.

4. There is shown the preference of method by I. Gudushaury in cylindrical shell analysis comparatively to the classic method.

The series of numerical experiments are realized with the purpose of verification of the preciseness of mathematical algorithm and establishment of solution mathematical convergence.

შინაარსი

შესავალი	14
1. ლიტერატურის მიმოხილვა	22
1.1. ზოგიერთი ცნობები ფილებისა და გარსთა თეორიის თანამედროვე მდგომარეობის შესახებ	22
1.1.1. ფილებისა და გარსების თეორიის განვითარების ეტაპები	22
1.1.2. თხელი გლუვი დრეკადი იზოტროპული გარსების ზოგადი წრფივი თეორია	23
1.1.3. დრეკადი გარსების გეომეტრიულად არაწრფივი ტექნიკური თეორია	25
1.1.4. ნახვრეტებისა და ბზარების მქონე ფირფიტები, ფილები და გარსები. სიმტკიცის საკითხები	26
1.1.5. ფირფიტებისა და გარსების ოპტიმიზაცია	28
1.1.6. კერძო სახეობის შუა ზედაპირის მქონე ფილები და გარსები	29
1.1.7. ფილებისა და გარსების თეორიის მათემატიკური აპარატი	32
1.1.8. ტექნიკის დარგში ფირფიტებისა და გარსების თეორიის გამოყენების შესახებ	33
1.1.9. ფილებისა და გარსების გაანგარიშება ჩვეულებრივ დიფერენციალური განტოლებებში	35
2. შედეგები და მათი განსჯა	39
2.1. თხელი ფილების და ცილინდრული გარსების ღუნვაზე გაანგარიშების ზოგადი თეორია ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებებში	39
2.1.1. ნაშრომში გამოყენებული თეორიის არსი	39
2.1.2. თხელი ფილების ღუნვაზე გაანგარიშების მაგალითები	44
2.1.2.1. თავისუფლად დაყრდნობილი ფილის ღუნვა კონტურზე მოქმედი განაწილებული მომენტების გათვალისწინებით	44

2.1.2.2. ორი მიმდებარე გვერდით ხისტად ჩამაგრებული ფილის ღუნვის ამოცანის გადაწყვეტა სასაზღვრო პირობების ზუსტად დაკმაყოფილების შემთხვევაში	60
2.1.2.3. კონსოლური ფილის ღუნვა თანაბრად განაწილებული დატვირთვის შემთხვევაში	72
2.1.2.4. ჰიდროსტატიკური დატვირთვის გავლენით კონსოლური ფილის „ცილინდრული ღუნვის“ შესწავლა ი. ლუდუშაურის მეთოდით	77
2.2. ცილინდრული გადახურვის გაანგარიშება ჩვეულებრივი დიფერენციალურ განტოლებებში	79
2.2.1. საკითხის დასმა	79
2.2.2. მოცემული ამოცანის გადამწყვეტ ალგებრულ განტოლებათა სისტემის შედგენა	91
3. დასკვნა	101
გამოყენებული ლიტერატურა	102
დანართები	112

ცხრილების ნუსხა

ცხრილი 1. ალგებრულ განტოლებათა სისტემა A_{mn} და B_{mn} უცნობი კოეფიციენტებისათვის	56
ცხრილი 2. თავისუფლად დაყრდნობილი ფილა	57
ცხრილი 3. კონსოლური ფილა	75
ცხრილი 4. ცილინდრული გარსი	96

yf[& 25& wbkbylhek b ufhcblfy ufvj.jabkb tktvtynb

..... 81

yf[& 26& T_x abmnbehb cbcntvf

..... 82

yf[& 27& T_y abmnbehb cbcntvf

..... 82

შესავალი

სამუშაოს აქტუალობა. ნაშრომი ეხება თხელკედლიანი სივრცული კონსტრუქციების გაანგარიშების საკითხს, რომელთა მთავარ შემადგენელ ელემენტებს წარმოადგენენ ფილები და ცილინდრული გარსები. მათი შესწავლის აქტუალობა განპირობებულია იმ მზარდი მოთხოვნილებით, რომელსაც მას უყენებს თანამედროვე ტექნიკა და მშენებლობა. ისინი ფართოდ გამოიყენება სამრეწველო და სამოქალაქო მშენებლობაში, გემთმშენებლობაში, მანქანათმშენებლობაში, ავიამშენებლობაში, აეროდრომების მშენებლობაში და სხვა. აღნიშნული სისტემების ასეთი პოპულარობა განპირობებულია ერთის მხრივ მათი სიმტკიცის მაღალი მაჩვენებლებით, მეორეს მხრივ კი კონსტრუქციის წონის მკვეთრად შემცირების შესაძლებლობით, რასაც გადამწყვეტი მნიშვნელობა ენიჭება მფრინავი აპარატების (თვითმფრინავები, რაკეტები და სხვა) განხორციელებისას. შრომები, რომელიც ცილინდრული გარსების გაანგარიშების თეორიას ეძღვნება შეიძლება დავეყოს სამ ჯგუფად. პირველს მიეკუთვნება სამუშაოები, რომელიც ემყარება ლიავის გარსთა თეორიას, მეორეს – სამუშაოები, რომლებიც დაფუძნებულია დრეკადობის თეორიის ზოგად მეთოდებზე, ხოლო მესამეს კი ცილინდრული გარსების პრაქტიკული გაანგარიშება გარკვეული გამარტივებული დაშვებების გათვალისწინებით.

პირველი ჯგუფი მოიცავს ს. ტიმოშენკოს [1], ი. ბუბნოვის [2, 3] და კ.პაპკოვიჩის [4] შრომებს, მეორე ჯგუფი მოიცავს ა.გვოზდევის [5], ა.გოლდენვეიზერის [6], ვ. ვლასოვის [7, 8], პ. პასტერნაკის [9], ი.მილელიკოვსკის [10, 11], ი. ვეკუას [12, 13, 14], ა. გუზის [15], ი.

ღუღუშაურის [16], მ.მიქელაძის [17, 18, 19, 20], ი. ონიაშვილის [21] და სხვათა შრომებს [22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31].

თხელკედლიანი კონსტრუქციების და ნაგებობების მთავარ შემადგენელ ელემენტს წარმოადგენს სხვადასხვა ფორმის თხელი ფილა, რომლის გაანგარიშება ხასიათდება სასაზღვრო პირობების მრავალფეროვნებით, რაც გამოწვეულია მისი კონტურის ჩამაგრების ნაირსახეობით.

პირველი შედეგები ფილების ღუნვის თეორიაში, რომელიც კვლევის ხასიათს ატარებდა, მიღებული იყო ჯერ კიდევ მე-19 საუკუნის 20-იან წლებში ა.კომის [32] და ს. პუასონის [33] მიერ, სადაც პირველად აისახა თეორიის ანალიზური მოდელის არსი ე.წ. „უსასრულოდ მცირე ელემენტის“ შესახებ და მის საფუძველზე სივრცითი ამოცანებისათვის ზოგადი სახით იქნა მიღებული ყველა ის ძირითადი კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლება, რომელსაც დღემდე არ დაუკარგავს თავისი უდიდესი პრაქტიკული მნიშვნელობა. მას შემდეგ რაც ჩამოყალიბებული იქნა ჟ.კირხჰოფის [3] ცნობილი ჰიპოთეზა, აღნიშნული თეორია, რომელიც ფილის ღუნვის ტექნიკური (მიახლოებით) თეორიის სახელწოდებით არის ცნობილი, მრავალი მეცნიერის კვლების საგანი გახდა. პირველი ფუნდამენტალური შედეგები გადმოცემული იქნა ა. ლიავის [34], ლ.ნავეის [35], ი.ბუბნოვის [2, 3], ს. ტიმოშენკოს [1], ბ.გალიორკინის [36, 37, 38], ჰ. პაპკოვიჩის [4] და სხვათა შრომებში [39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64], რომლებმაც სათავე დაუდეს აღნიშნული თეორიის საანგარიშო მეთოდების დახვეწა სრულყოფას და განვითარებას.

ზემოთ აღნიშნული ამოცანები სამშენებლო მექანიკის ერთ-ერთ მნიშვნელოვან ამოცანათა რიცხვს განეკუთვნებიან. მოხსენებული ავტორების ნაშრომების ანალიზმა დაგვანახა, რომ მიუხედავად აღნიშნული უდიდესი მიღწევისა, კლასიკური დრეკადობის თეორიის ფართო პრაქტიკული გამოყენება სხვადასხვა ჰიპოთეზური დაშვებების გარეშე, მნიშვნელოვნადაა შეზღუდული მისი მათემატიკური სირთულეების გამო. ამ სირთულეებთან არის დაკავშირებული მსოფლიო საინჟინრო

პრაქტიკაში ამჟამად არსებული მრავალი სახის პრობლემა, რომლებიც მნიშვნელოვნად აფერხებს ტექნიკურ პროგრესს.

ეკრძოდ, ყველა კონკრეტული ამოცანის განხილვისას ზუსტი (მკაცრი) ანალიზური მეთოდის ნაცვლად, გამოიყენება სხვადასხვა მიახლოების რიცხვითი მეთოდები, მხოლოდ მისი მათემატიკური სიმარტივის გამო, მიუხედავად რიცხვითი მეთოდის ცნობილი ნაკლოვანი მხარისა, მკაცრ ანალიზურ მეთოდთან შედარებით.

უკანასკნელ წლებში, კლასიკურ გარსთა თეორიის საფუძველზე დამუშავდა უამრავი ახალი ანალიზური მეთოდი, რომლებიც გამიზნულნი არიან გარსის თავისუფალ წახნაგზე არსებული ხუთი რეალური სასაზღვრო პირობის ოთხ პირობაზე დაყვანისათვის, ხოლო თხელი ფილების კლასიკურ თეორიაში კი – სამი რეალური სასაზღვრო პირობის ორ პირობაზე დაყვანისათვის. თითოეული დამატებითი ფაქტორის გათვალისწინება კი, ცხადია სათანადოდ ართულებს ამოცანის გადაწყვეტ განტოლებათა სისტემის ამოხსნას, რადგან საჭირო ხდება ახალი საძიებელი ფუნქციების შემოტანა. ამასთან ერთად, რიგი მეცნიერების (ს. ტიმოშენკოს [1], ე. რეისნერის [65, 55, 67, 68, 69], ა. კრენის [70] და სხვათა) გამოკვლევებში, რომლებიც არ იზიარებენ მოსაზრებას რეალური სასაზღვრო პირობების რიცხვის ხელოვნურად შემცირების შესაძლებლობის შესახებ კირხჰოფის ჰიპოთეზის გამოყენებით, შეიძლება ჩავთვალოთ გარსთა თეორიის შექმნის წარმატებულ მცდელობად, ამ ჰიპოთეზის გამოყენების გარეშე. ამ მიმართულებით აღსანიშნავია ი. ვეკუას [12, 13, 14] შრომები, რომლებშიც დასახული მიზანი წარმატებითაა მიღწეული (ამოცანის გადაწყვეტა განტოლებათა სისტემის მე-8 რიგიდან და მე-10 რიგამდე გაზრდით), მაგრამ როგორც ცნობილია დღემდე ნაკლებად არის მიღწეული აღნიშნული გამოკვლევის რიცხვითი რეალიზაცია მათი მათემატიკური სირთულის გამო.

კლასიკური დრეკადობის თეორიის საფუძველზე მრავალი ღირსშესანიშნავი შედეგია მიღებული, განსაკუთრებით ბრტყელი ამოცანების გადაწყვეტისას კომპლექსური ცვლადის ფუნქციათა თეორიის გამოყენებით, რაც საბოლოო სახით ჩამოყალიბებულია ნ. მუსხელიშვილის [71] ცნობილ მონოგრაფიაში.

ამ მიმართულებით მრავალ უცხოელ მეცნიერებთან ერთად მნიშვნელოვანი წვლილი აქვთ შეტანილი მსოფლიოში აღიარებულ ქართველ მეცნიერებსაც: ი.ვეკუას [13], ვ. კუპრაძეს [72], შ. მიქელაძეს [73, 74], ი. ლუდუშაურს [16, 47, 53, 75, 76, 77, 78, 79, 90] გ. ყიფიანის [47, 71], მ. ყალაბეგიშვილის [66, 81], ჯ. ბიჭიაშვილის [82], რ. ბანცურს [83], თ. ვაშაყმაძეს [84], დ. გორდეზიანს [85], ლ. მუხაძეს [86], თ. ზონენაშვილს [87] და მრავალ მათ მოწაფეს.

მათემატიკური სიმარტივის თვალსაზრისით დრეკადობის თეორიის ამოცანის ზუსტი გადაწყვეტა ადვილად მიიღწევა, თუ მისი განხილვისას კლასიკური დრეკადობის თეორიის ნაცვლად გამოვიყენებთ დრეკადობის თეორიას ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებებში, რომელიც დამუშავებულია ი. ლუდუშაურის [16] მონოგრაფიაში. მასში მოცემულია დრეკადობის თეორიის სამგანზომილებიანი ამოცანების ამოხსნის ზოგადი ანალიზური მეთოდი, რომელიც მათემატიკური თვალსაზრისით გამოირჩევა განსაკუთრებული სიმარტივით და მეტად მოხერხებულია პრაქტიკული გამოყენების თვალსაზრისით. ამ მეთოდის გამოყენებისას დრეკადობის თეორიის ამოცანების ამოხსნა დაიყვანება ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების ინტეგრებაზე. ეს მიიღწევა მასში ჩადებული ორიგინალური ანალიზური მოდელის საფუძველზე, რომლის თანახმადაც მოცემული სამგანზომილებიანი სხეულის უსასრულოდ მცირე ელემენტის მუშაობა წარმოდგენილია ამ ელემენტის ტოლდინი სამი ერთგანზომილებიანი ფიქტიური ელემენტის ერთობლივი მუშაობით.

მოცემულ მონოგრაფიაში აღნიშნული თეორია დამუშავებულია კლასიკური დრეკადობის თეორიის დაშვებების სიზუსტით. ამ მეთოდს უნარი აქვს გაუწიოს კონკურენცია რიცხვით მეთოდებს მარტივი სტრუქტურის მქონე ობიექტების განხილვის დროს. აღნიშნული მეთოდი საშუალებას იძლევა ადვილად იქნეს მიღწეული ნებისმიერი ამოცანის (მათ შორის სივრცითის) ზუსტი გადაწყვეტა, რაიმე ჰიპოთეზური დაშვებების (მათ შორის სენ-ვენანის პრინციპის) გამოყენების გარეშე.

ყოველივე ზემოთქმულის გათვალისწინებით, წარმოდგენილ სადისერტაციო ნაშრომს „ფილებისა და დამრეცი გარსების გაანგარიშების ზოგიერთი საკითხი ჩვეულებრივი დიფერენციალურ

განტოლებების ინტეგრების გზით“, რომელიც გამიზნულია ფილების თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციების (ცილინდრული გარსები) გაანგარიშების სიზუსტის გაზრდისა და პროექტირებისას მნიშვნელოვანი ეკონომიური ეფექტის მიღწევისაკენ, ცხადია დიდი პრაქტიკული მნიშვნელობა უნდა მიენიჭოს, რაც ამ თემის აქტუალობაზე მეტყველებს.

ნაშრომის კვლევის ობიექტი, მიზანი და მეთოდები. კვლევის ობიექტს წარმოადგენს ცილინდრული გარსი სხვადასხვა სახის ჩამაგრების პირობებით, კონსოლური ფილა დატვირთვის სხვადასხვა შემთხვევებით, სახსრულად დაყრდნობილი მართკუთხა ფილა დატვირთული საზღვრის გასწვრივ განაწილებილი ცვლადი სიდიდეს მომენტებით და მართკუთხა ფილა, რომლის ორი მიმდებარე გვერდი ჩამაგრებულია ხისტად ან სახსრულად, ხოლო ორი მოსაზღვრე კი თავისუფალია.

კვლევის მიზანი. მოცემული იქნეს აღნიშნული ობიექტების გაანგარიშებაზე ნებისმიერი პრაქტიკული ამოცანის გადაწყვეტის ახალი მეთოდი კლასიკური დრეკადობის თეორიაში დაკანონებული კირხჰოფის ჰიპოთეზის გამოყენების გარეშე, რომლის რიცხვითი რეალიზაციისას მთლიანად იქნება გამორიცხული მათემატიკური ხასიათის სირთულეები.

კვლევის მეთოდიკა. სამუშაოში დასახული კვლევის მიზანი მიღწეულია უწყვეტ ტანთა მექანიკაში ი. ლუდუშაურის მიერ შექმნილი ახალი მიმართულების „დრეკადობის თეორია ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებებში“ გამოყენებით, დამუშავებული ალგორითმების საფუძველზე პერსონალური კომპიუტერისათვის შედგენილია პროგრამები, რომელთა რეალიზაციის შედეგები მოყვანილია დისერტაციაში.

ნაშრომის მეცნიერული სიახლე.

1. ი. ლუდუშაურის მეთოდის გამოყენებით მიღებულია ცილინდრული გარსისთვის ანალიზური ამონახსნები.
2. აღნიშნული ახალი თეორიით ცილინდრული გარსის გაანგარიშებისას გათვალისწინებულია ძვრის ძალების გავლენა, რაც

კლასიკურ გარსთა თეორიაში უგულებელყოფილია სასაზღვრო პირობების არასრულყოფილობის გამო.

3. მოცემულია მუდმივკუთხიანი კონსოლური ფილის ღუნვის ამოცანების ზუსტი გადაწყვეტა თავისუფალ ბოლოზე სხვადასხვა ძალოვანი ფაქტორების მოქმედებისას.
4. შესწავლილია მართკუთხა ფილა, რომლის ორი მოსაზღვრე გვერდი თავისუფალია, დანარჩენი ორი კი შეიძლება იყოს ხისტად ჩამაგრებული ან სახსრულად დაყრდნობილი.
5. გაანალიზებულია სახსრულად დაყრდნობილი მართკუთხა ფილის დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობა კონტურის გასწვრივ მოქმედი ცვლადი სიდიდის მომენტური დატვირთვების შედეგად.
6. ნახვენებია, რომ ახალი თეორია სიზუსტით ადეკვატურია კლასიკური ღრეკადობის თეორიისა და ამასთან ერთად მკვეთრად ამარტივებს გარსების და ფილების გაანგარიშებაზე ნებისმიერი ამოცანის გადაწყვეტას, რაც მიიღწევა მათი ჩვეულებრივ დიფერენციალური განტოლებების ინტეგრებაზე დაყვანის გზით.

ნაშრომის პრაქტიკული ღირებულება. ა) მასში მიღწეულია სწორკუთხედის ფორმის თხელი ფილების გაანგარიშების ახალი მეთოდის დამუშავება, რომლის პრაქტიკული რეალიზაცია კირხჰოფის ჰიპოთეზის გამოყენების გარეშე მკვეთრად არის გამარტივებული; ბ) ადვილად მიიღწევა მოცემული მეთოდის არსის განზოგადოება გარსთა თეორიის ამოცანებზე; გ) ნაშრომში განხილული კონკრეტული ამოცანისათვის მოცემულია მათემატიკური ალგორითმი და პროგრამა, რომელიც გამოირჩევა კომპაქტურობით და სიმარტივით. ადვილად შეიძლება გამოყენებული იქნას საპროექტო და სამეცნიერო-კვლევითი დაწესებულებების მიერ ფილებისა და გარსების გაანგარიშებისა და პროექტირებისას.

მიღებული შედეგების საიმედოობა მიღწეულია პირველ რიგში გამოყენებული მათემატიკური აპარატით და მათი ამოხსნის სიზუსტით. ამავე დროს დამუშავებული ალგორითმების და პროგრამების საფუძველზე ფილებისა და გარსების ამოცანებისათვის შესრულებული გამოთვლების შედეგების შედარებით ლიტერატურიდან ცნობილ შედეგებთან:

ნაშრომის აპრობაცია. დისერტაციის ძირითადი შედეგები მოხსენებული იქნა:

6. პროფესორ ნ. მოწონელიძის 80 წლის იუბილესთან დაკავშირებულ საერთაშორისო სიმპოზიუმზე „ თბილისი (1-2). 11/2000 წ.;
7. პროფესორ ლ. გველესიანის 70 წლის იუბილესადმი მიძღვნილი რესპუბლიკური სამეცნიერო-ტექნიკური კონფერენცია „სამშენებლო კონსტრუქციები“, თბილისი, 2001 წ.;
8. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის მასალათა გამძლეობისა და დრეკადობის თეორიის კათედრის მეთოდ-სემინარზე (თბილისი, 2003 წ.);
9. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის მასალათა გამძლეობისა და დრეკადობის თეორიის კათედრის გაფართოებულ სხდომაზე (თბილისი, 2005 წ.);
10. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის სამშენებლო მექანიკისა და სეისმომდეგობის კათედრაზე არსებულ საქალაქო სემინარზე (თბილისი, 2006 წ.)

პუბლიკაციები. დისერტაციის თემაზე გამოქვეყნებულია 5 სამეცნიერო შრომა.

პირველ თავში მოცემულია ფილგებისა და გარსების გაანგარიშებაზე არსებული თეორიის განვითარების მოკლე მიმოხილვა. ნაჩვენებია, რომ ამ დარგში არსებული პუბლიკაციათა სიმრავლის მიუხედავად, ჩატარებულ თეორიულ გამოკვლევათა შედეგები საჭიროებენ შემდგომ დამუშავებას მათი სიზუსტის გაზრდისა და პრაქტიკული გამოყენების თვალსაზრისით. ნაშრომში განსაკუთრებითაა აღნიშნული, რომ არსებული თეორიების სრულყოფის გარეშე იქმნება საშიშროება მათი თითქმის მთლიანად უგულვებელყოფისა პრაქტიკული ამოცანების გადაწყვეტის საქმეში, რაც ამჟამად უკვე შეიმჩნევა სასრულო ელემენტების რიცხვითი მეთოდის გამოყენებით შედგენილი მზა პროგრამების საზღვარგარეთიდან მრავლად შემოტანის გზით. ასეთი საშიში ტენდენცია კი ნაკარნახევა მხოლოდ იმით, რომ სასრულ ელემენტთა მეთოდი, არსებულ ანალიზურ მეთოდებთან შედარებით გაცილებით მარტივია მათემატიკური თვალსაზრისით. ამიტომ ამ საშიში ტენდენციის აცილება შესაძლებელია სწორედ ახალი

კონკურენტუნარიანი ანალიზური მეთოდების დამუშავების გზით. რაც შეეხება რიცხვით მეთოდებს, მხედველობაში უნდა იქნეს მიღებული მათი უღაო უპირატესობა რთული სტრუქტურის ობიექტების განხილვისას.

ბოლო პარაგრაფში ნაჩვენებია, რომ აღნიშნული თვალსაზრისით კონკურენტუნარიანი ანალიზური მეთოდების რიცხვს მიეკუთვნება ი. ღუდუშაურის მეთოდი რომელიც გამოყენებულია დისერტაციაში დასმული ამოცანების გადაწყვეტისას.

მეორე თავში მოცემულია თხელი ფილების ღუნვაზე გაანგარიშების ზოგადი თეორიის არსი ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებებში, რომელიც დამუშავებულია ი. ღუდუშაურის მიერ. თავისუფლად დაყრდნობილი ფილის მაგალითზე ნაჩვენებია, რომ ამ თეორიის გამოყენებით მკვეთრად მარტივდება კლასიკურ თეორიაში ცნობილი მათემატიკური ხასიათის სირთულეები. გარდა ამისა ნაჩვენებია მისი ეფექტურობაც ნებისმიერი სასაზღვრო პირობების დაკმაყოფილების საკითხის მკვეთრად გამარტივების თვალსაზრისით. ამის საჩვენებლად მოცემულია ი. ღუდუშაურის თეორიის გამოყენებით კონსოლური ფილისა და ორი მიმდებარე გვერდით ხისტად ჩამაგრებული ფილის ღუნვაზე გაანგარიშების საკითხი. გამოთვლილია ყველა საძიებელი სიდიდეები, აგებულია მათი ცვლილების გრაფიკები და გაკეთებულია შედარებები სხვა ავტორების მიერ სხვადასხვა გზით მიღებულ შედეგებთან.

მესამე თავში განხილულია ცილინდრული გარსის ღუნვაზე გაანგარიშების საკითხი ი.ღუდუშაურის მეთოდის გამოყენებით. გარსთა ტექნიკური თეორიისაგან განსხვავებით გამოყენებულია რეალური სასაზღვრო პირობები. შემოღებულია სამი უგანზომილები პარამეტრი η , β და γ , რომელთა ცვლილებების მიხედვით დახასიათებულია მოკლე, საშუალო და გრძელი ცილინდრული გადახურვების დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობები. მიღებული შედეგები შედარებულია ლიტერატურიდან ცნობილ შედეგებთან. შედგენილია მათემატიკური ალგორთმი ყველა სასაზღვრო პირობების ზუსტად დაკმაყოფილებით და შესაბამისი პროგრამა კომპიუტერისათვის.

ძირითად დასკვნებში გადმოცემულია სადისერტაციო ნაშრომის ძირითადი შედეგები.

დანართში მოცემულია პროგრამები კომპიუტერული რეალიზაციისათვის.

1. ლიტერატურის მიმოხილვა

1.1. ზოგიერთი ცნობები ფილებისა და გარსთა თეორიის თანამედროვე მდგომარეობის შესახებ

1.1.1. ფილებისა და გარსების თეორიის განვითარების ეტაპები

გარსებისა და ფილების თეორია წარმოადგენს მყარი დეფორმადი ტანის მექანიკის ვრცელ განშტოებას, რომელსაც გააჩნია რთული სტრუქტურა და მისი გაანგარიშების საკითხი, როგორც მკაცრი საინჟინრო დისციპლინისა დაიწყო მე-19-ე საუკუნის პირველი ნახევრიდან ლ. ნაივეს, ა. კოშის და ს. პუასონის შრომების გამოქვეყნებით. ამჟამად ფილებისა და გარსების თეორიას ეძღვნება რამოდენიმე ათასი ნაშრომი. გამოქვეყნებული ლიტერატურის მოკლე ანოტაციები მოცემულია მიმოხილვებში: ნ. ალუმაეს [88], ო. ონიაშვილის [4], გ. ჯანელიძის [89], ი. ნემიშის [90], პ. ნაგდის [91] და სხვ.

ცნობილია, რომ გარსების მშენებლობამ ბევრად გაუსწრო წინ მათი გაანგარიშების თეორიას. ერთის მხრივ ინჟინრები კონკრეტული პროექტების შესრულებისას ქმნიდნენ გარსების გამარტივებულ მოდელებს და ამის საფუძველზე გაანგარიშებები დაჰყავდათ რიცხვით ფორმაზე. მეორეს მხრივ, იქმნებოდა გლუვი თხელი გარსების ზოგადი წრფივი თეორია.

ქართველ მეცნიერებს შორის ფილებისა და გარსების თეორიაში დიდი დეაწლი მიუძღვით: ნ. მუსხელიშვილს [71], ი. ვეკუას [12], ი. ლუდუშაურს [82], მ. მიქელაძეს [17-20], ა. კაკუშაძეს [92], თ. ვაშაყმაძეს [84], თ. ზონენაშვილს [87], გ. გაბრიჩიძეს [93], ლ. მუხაძეს [86], მ. ყალაბეგაშვილს [81], ო.ონიაშვილს [21], რ. ბანცურს [83], დ. გორდეზიანს [85], გ. ყიფიანს [47] და სხვებს [28, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100].

XX საუკუნის 40-50 წლებში დაიწყო გარსთა თეორიის შექმნის მესამე ეტაპი. იგი ვითარდება სხვადასხვა, ხშირად გადამკვეთი მიმართულებებით. განიხილება გარსული ტიპის ისეთი კონსტრუქციებიც როგორცაა მათში შრეების, წიბოების, დიაფრაგმების, კონტურის

ელემენტების, ნახერეცების არსებობა. განვითარდა გარსთა თეორიის საკონტაქტო ამოცანა და ლოკალური ზემოქმედებების გავლენის შეფასება. გარდა წონასწორული დაბაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის დამყარებისა, ხდება მისი მდგრადობის გამოკვლევაც. განიხილება მასალის უფრო რთული თვისებები: არაწრფივი დრეკადობა, ანიზოტროპიულობა, პლასტიკურობა, სიბლანტე. მცირე დეფორმაციების განხილვიდან გადავიდნენ დიდზე – ვითარდება გეომეტრიულად არაწრფივი თეორია და მის ბაზაზე – კონსტრუქციის კრიტიკულს მიღმა ყოფაქცევის თეორია. შეისწავლება კონსტრუქციის ყოფაქცევა როგორც სტატიკურ, ასევე დინამიკურ (მათ შორის არასტაციონალურ) ზემოქმედებაზე, განიხილება გარსების ურთიერთქმედება სითხესთან და გაზთან – კონსტრუქციის ჰიდრო და აეროდრეკადობა. გარსზე ძალოვან ზემოქმედებასთან ერთად შეისწავლება თბურიც – კონსტრუქციის თერმოდრეკადობა და ელექტრომაგნიტური დრეკადობა.

საკმაოდ გაფართოვდა მათემატიკური აპარატის გამოყენება როგორც უკვე დაყენებული პრობლემის რეალიზაციისათვის, ასევე ახალი პრობლემების უზრუნველსაყოფად. თეორიულს პარალელურად გამოიყენება კვლევის ექსპერიმენტალური გზა. რთული პრობლემის რიცხვით შედეგებამდე მიყვანა შესაძლებელი გახდა კომპიუტერებმა. ფართოდ გამოიყენება რიცხვითი მეთოდები და დისკრეტული საანგარიშო მოდელები.

1.1.2. თხელი გლუვი დრეკადი იზოტროპული გარსების ზოგადი წრფივი თეორია

პირველად ზოგადი თეორია, რომელიც ეყრდნობოდა გ. კირსჰოფის ჰიპოთეზას, შემოთავაზებული იყო გ. არონის მიერ. მაგრამ ეს თეორია შეიცავდა უზუსტობებს, რომლებიც გაასწორა ა. ლიაგმა.

ფილებისა და გარსების ზოგადი თეორიის ჩამოყალიბებაში გარკვეული როლი შეასრულა ი. ბუბნობის [2], ბ. გალიორკინის [37-38], ს. ტიმოშენკოს მონოგრაფიებმა [1].

დაწყებული XX საუკუნის 30-იანი წლებიდან გარსთა თეორია საინტერესოდ ვითარდებოდა. მაშინ იკვლევდნენ ზოგად საკითხებს:

მიიღეს და ყოველმხრივ გაანალიზეს თხელი დრეკადი გარსების წრფივი ტექნიკური თეორიის ძირითადი განტოლებები და მათი სხვადასხვა გამარტივებული ვარიანტები (უმომენტო თეორია, დამრეცი გარსების თეორია). ამ პერიოდში გარსების თეორიის განვითარებაში შესახებ დიდი წვლილი მიუძღვით ბ. გალიორკინს [37-38], ვ. ვლასოვს [8], ა. ლურიეს [101], ა. გვოზდოვს [5], ვ. ნოვოჟილოვს [102], ა. გოლდენვეიზერს [27], ი. რაბიტინოვს [103], ი. ალუმაეს [6] და სხვებს.

გარსების ზოგადი და კერძო თეორიების აგების დარგში არსებული მრავალრიცხოვანი შედეგები განზოგადოებული იყო მთელ რიგ მონოგრაფიებში, რამაც დიდი როლი შეასრულა მექანიკის ამ დარგის განვითარებაში. მათ რიცხვშია ა. ლურიეს [101], ვ. ვლასოვის [8], ვ. ნოვოჟილოვის [102], ა. გოლდენვეიზერის [27] მონოგრაფიები.

ბრუნვით გარსებს ეძღვნება ა. ლურიეს [101], უ. ალუმაეს [6], დ. ვაინბერგისა და ვ. ჟდანის [24], ე. მეისნერის [104-105], ე. რეისნერი [68] და სხვათა შრომები [24, 28, 42, 96, 97, 105, 106], ხოლო ცილინდრულ გარსებს – პ. პასტერნაკის [9], ვ. ვლასოვის [7, 8] და სხვათა შრომები [9, 107, 108, 109, 110].

ამჟამად დრეკადი გარსების წრფივი ტექნიკური თეორიის სტატიკური პრობლემა ზოგადი კონცეპციისა და განტოლებების ფორმირების თვალსაზრისით გადაწყვეტილია. შრომები, რომლებიც ეძღვნება გარსთა ზოგად თეორიას, უფრო მცირეა.

აღნიშნოთ, ზოგადი თეორიისადმი მიძღვნილი ზოგიერთი სტატია: ესენია: ა. გოლდენვეიზერი [27] ი. ვოროვიჩი [41], ვ. ვლასოვი [8].

ზოგადი თეორიის სისტემისადმი მიძღვნილია ი. ვეკუას [12], ნ. აბოვსკის, ნ. ანდრეევის შრომები და ა. დერუგის [11] წიგნი. მასში ცნობარის ფორმითაა წარმოდგენილი დრეკადობის თეორიის და გარსთა თეორიის ვარიაციული პრინციპების სისტემური გამოკვლევების შედეგები. რ. კურანტისა და დ. გილბერტის ვარიაციული გარდაქმნის პრინციპების შესაბამისად. მიღებულია სრული და კერძო ფუნქციონალების სისტემა, მათ შორის – შერეულის: რიგი ცნობილი და ახლად შემოთავაზებული ფუნქციონალებისთვის დადგენილია სტაციონარობის, ექსტრემალურობის, თვისებები. მოცემულია გარსთა თეორიის სტატიკურ-გეომეტრიული ანალოგიის ვარიაციული ფორმა და

გაკეთებულია გლუვი ერთგვაროვანი იზოტროპიული გარსების შედეგების განზოგადება წიბოვან, მრავალკავშირიან, მრავალშრიან და კონსტრუქციულად ანიზოტროპიულ გარსებზე.

გარსთა ზოგადი წრფივი თეორიის ფორმირების პროცესთან ერთად ხდებოდა მიღებული განტოლებების ამოხსნის მეთოდების ძიება და შედეგების დაყვანა რიცხვებამდე, აგრეთვე გარსთა მუშაობის ანალიზი სხვადასხვა პარამეტრებთან დამოკიდებულებაში, რომლებიც ახასიათებენ გარსის გეომეტრიას და მასზე მოქმედ დატვირთვას ანალიზური გადაწყვეტებს, რიცხვითი მეთოდების და ექსპერიმენტების საფუძველზე, რომლებიც ხორციელდებოდა გარსებზე და მათ მოდელზე.

1.1.3. დრეკადი გარსების გეომეტრიულად არაწრფივი ტექნიკური თეორია

გეომეტრიულად არაწრფივი თეორიის ინტენსიური განვითარება აიხსნება იმით, რომ ამ პირობებში მუშაობს დიდი რაოდენობის გარსული კონსტრუქციები.

მთელი რიგი შრომები, რომელთაც პრინციპული მნიშვნელობა აქვთ გეომეტრიულად არაწრფივი გარსებისათვის, გამოაქვეყნა ი. ვოროვიჩმა [25, 112]. ამ შრომებში განხილულია გადაწყვეტის არსებობის საკითხები და არაწრფივი განტოლებების ამოხსნის მეთოდები. გარსების არაწრფივ თეორიას ეძღვნება ვ.კოიტერის, ი. ალუმოაეს [3, 4, 6, 88] შრომები.

ერთ-ერთი პირველი პუბლიკაცია, რომელიც ეხებოდა გარსთა გეომეტრიულად არაწრფივ თეორიას ეკუთვნის ვ. ფეოდოსიევს, რომელშიც მოყვანილია დრეკადი ბრუნვითი გარსების ზოგადი განტოლებები და განხილულია მათი გამოყენება სილფონების, გოფირებული მემბრანების, ბრტყელი მრგვალი მემბრანების მიმართ.

გეომეტრიულად არაწრფივი გარსების თეორიაში გამოკვლევების განზოგადოება მოცემულია ა. ვოლმირის [42] მონოგრაფიაში. 1957 წელს გამოქვეყნდა ხ. მუშტარის და კ. გალიმოვის [113] მონოგრაფია. უნდა აღინიშნოს აგრეთვე ა.ვოლმირის [43] წიგნი.

ე. გრიგოლიუკისა და ვ. ტოლკაჩევის [114] ნაშრომში განიხილება ფირფიტებისა და გარსების ურთიერთქმედება ხისტ სხეულებთან, აგრეთვე გარსებს უშუალოდ შორის ურთიერთქმედება. კერძოდ, განიხილება სიხისტის წიბოსა და ფირფიტის ან გარსის ურთიერთქმედების ამოცანის მიახლოებითი გადაწყვეტა. ცილინდრული გარსებისათვის აგებულია გრინის მატრიცები და გადაწყვეტილია საინტერესო განტოლებები. საინტერესოა ამოცანა ცილინდრული გარსების ბატარეების შესახებ, რომლებიც შეერთებულია მსახველების მონაკვეთებში.

ე. გრიგოლიუკის და ვ. კაბანოვის წიგნში [29] შემოთავაზებულია ცილინდრული გარსების გაანგარიშებისას ლოკალურ რადიალურ დატვირთვებზე და ლოკალურ ტემპერატურული ველების გათვალისწინებაზე, მერვე რიგის დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის გადაყვანა მეოთხე რიგისაზე, ასეთი გზით განიხილება სასრული, ნახევრად სასრული და უსასრულო სიგრძის გარსები.

1.1.4. ნახვრეტებისა და ბზარების მქონე ფირფიტები, ფილები და გარსები. სიმტკიცის საკითხები

ფირფიტებისა და გარსების თეორია, რომელიც არის მყარი დეფორმადი სხეულების მექანიკის ნაწილი, ერთის მხრივ, საზრდოობს მისი სხვა დარგების იდეებითა და მეთოდებით, ხოლო მეორეს მხრივ, აყალიბებს საფუძველს მექანიკის ახალი დარგების განვითარებისათვის. ასე მოხდა, როდესაც შემოიტანეს კომპლექსური ცვლადის ფუნქციის თეორიის გამოყენების იდეა დრეკადობის თეორიაში, რომელიც გამოთქვა ვ. კოლოსოვმა [115] და განავითარა ნ.მუსხელიშვილმა [71], ეს იდეა ფართოდ გამოიყენება გარსებში ნახვრეტებთან ახლოს დაბვათა კონცენტრაციის ამოცანათა გადასაწყვეტად. კერძოდ, ვ. სავინისა და მისი მოწაფეების მიერ [54, 55]. ეს შედეგები მთელ რიგ შემთხვევებში მნიშვნელოვანია ბზარების თეორიისას, და ამგვარად, რღვევის მექანიკის განვითარებისათვის.

ნახვრეტების სიახლოვეში დაბვების კონცენტრაციის შესახებ ფუნდამენტური შრომა გამოაქვეყნა ვ. სავინმა [54]. ამ მონოგრაფიაში

წარმოდგენილ გამოკვლევას, გარდა თეორიული ინტერესისა, აქვთ პრაქტიკული მნიშვნელობა.

ამავე პრობლემას ეძღვნება გ. სავინისა და ვ. ტულჩიას [54] მონოგრაფია, რომელიც შეიცავს ნახვრეტის სიახლოვეში ძაბვათა კონცენტრაციის თეორიულ და ექსპერიმენტალურ გამოკვლევებს ბრტყელი დეფორმაციისა და განზოგადოებული ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობის პირობებში. შედეგები წარმოდგენილია გრაფიკებისა და ცხრილების სახით.

ნახვრეტების სიახლოვეში ძაბვების კონცენტრაციას იკვლევენ ა. გუზი და მისი თანამშრომლები [15]. [107-45] მონოგრაფიაში განხილულია დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობა მრავალკავშირიანი არეებისათვის. გამოკვლეულია გარსების დრეკად-პლასტიკური მდგომარეობა საბოლოო ჩაღუნვების გათვალისწინებით, განხილულია სამფენოვანი და ნახვრეტებიანი გარსები, რომლებიც დამზადებულია კომპოზიციური მასალებისაგან.

ძაბვების კონცენტრაციას ეხება დ. ვაინბერგის, ა. სინიასკის [96] და ბ.პელეხას [30] წიგნები. [33] წიგნში ნახვრეტების სიახლოვეში არსებული ძაბვები განისაზღვრებიან განივი ძვრის გათვალისწინებით. განიხილება არმირებული პლასტმასისაგან დამზადებულ გარსებში ნახვრეტების სიახლოვეში დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის საკითხი. [30] შრომაში განიხილება ბზარების გაჩენის გამო აღძრული ძაბვათა კონცენტრაცია ფირფიტებისა და გარსების დატვირთვით ან ტემპერატურით გამოწვეული ღუნვის შემთხვევაში.

ბზარების მქონე თხელკედლიან კონსტრუქციებს ეძღვნება ა. გუზის [107] წიგნი. მასში განიხილება არატრადიციული მიდგომა ბზარების მქონე თხელი სხეულების რღვევის პრობლემისადმი. იგულისხმება, რომ რღვევამდე ხდება მდგრადობის დაკარგვა ბზარის არეში. ამ დანაკარგის გაელენა რღვევის კინემატიკაზე გაითვალისწინება. განსაზღვრულია ამოცანის საკუთარი რიცხვები საკოორდინატო ფუნქციების სხვადასხვა რაოდენობის დროს ვარიაციული მეთოდით. ნაპოვნია ძაბვების კრიტიკული მნიშვნელობები კონსტრუქციული მასალების ფართო კლასისათვის, რომლებიც შეესაბამებიან მდგრადობის ლოკალურ დაკარგვას. გამოკვლეულია ამ ძაბვების

ფორმები, განხორციელებულია ბზარების მქონე ფირფიტების რღვევის ექსპერიმენტალური გამოკვლევა.

[116-117] მონოგრაფიაში სხვა საკითხებთან ერთად განიხილება ძაბვის ინტენსიურობის კოეფიციენტები, მათ შორის თერმული ძაბვებისათვის ფირფიტებში, რომელთაც აქვთ წვეტიანი უბნები და სხვა დეფექტები, მრუდწირული ღუნვის, გაჭიმვისა და გრეხის პირობებში. გაანალიზებულია ძაბვათა ინტენსივობის კოეფიციენტებზე მასალის ანიზოტროპიულობის, გადაძვრელი ძალების და ძაბვათა ტენზორის არასიმეტრიულობის გავლენა. წარმოდგენილია გაანგარიშების შედეგების საფუძველზე აგებული გრაფიკები.

1.1.5. ფირფიტებისა და გარსების ოპტიმიზაცია

საიმედოობის შეფასებაზე არანაკლებად მნიშვნელოვანია მასთან დაკავშირებული კონსტრუქციის ოპტიმიზაცია, კერძოდ, გამაძლიერებელი ელემენტების (წიბოების) განლაგება და მასალის განაწილება ამ წიბოებსა და გარსს შორის. ისეთ კონსტრუქციებში, როგორც საფრენი აპარატებია, რომელთათვისაც წონის შემცირება საიმედოობის შენარჩუნებასთან ერთად ძალიან მნიშვნელოვანია, ოპტიმიზაციის პრობლემა ფრიად აქტუალურია. ოპტიმიზაციის კრიტერიუმებს სხვადასხვა სიტუაციაში შეიძლება ჰქონდეს სხვადასხვა ბუნება. სწორკუთხა განიკვეთის მქონე წიბოებით გაძლიერებული ცილინდრული გარსების ოპტიმალური პროექტირება ფორმულირებულია არაწრფივი პროგრამირების ტერმინებში. განიხილება კონსტრუქციულად ორთოტროპიული გარსის როგორც დისკრეტული, ასევე კონტინუალური სქემები. გამოკვლევები ჩატარებულია მდგრადობის ბმულად დაკარგვის არაწრფივი თეორიის საფუძველზე, რომელიც ითვალისწინებს გარსის ზოგადი გამოზურცვისა და წიბოების ადგილობრივი გამოზურცვის ურთიერთქმედებას. აქვეა წარმოდგენილი გრძივად გაძლიერებული ცილინდრული გარსების ექსპერიმენტალური გამოკვლევის შედეგები.

1.1.6. კერძო სახეობის შუა ზედაპირის მქონე ფილები და გარსები

ყურადღებას იპყრობენ კერძო ფორმის მქონე გარსები, ისეთები, როგორცაა: სფერული, კონუსური, ჰიპერბოლურ-პარაბოლოიდური (ჰიპარული) ფორმით და სხვა. ასეთი კერძო ფორმის გარსები განიხილება კონსტრუქციის, მასალის, გარეგანი ზემოქმედებების თავისებურებებთან ერთად (ფენოვანობა, ნახვრეტების არსებობა, დინამიკური დატვირთვა, ტემპერატურის მოქმედება და ა.შ.).

წვეროში ღია ბრუნვით გარსებს ეძღვნება დ. ვაინბერგისა და გ. უდანოვის [25] ნაშრომი. ავტორები ასეთი ფორმის გარსებს წარმოადგენენ მოკლე ცილინდრული და კონუსური გარსების საშუალებით, რომლებიც ერთმანეთთან არიან დაკავშირებულნი. დიფერენციალური განტოლებების ჩაწერისა და ამოხსნისათვის ყოველ ეტაპზე გამოიყენება მატრიცული ფორმალიზმი. ასეთი მიდგომის იდეა ენათესავება სასრული ელემენტებისა და საწყისი ფუნქციების მეთოდების იდეას.

ი. გრიგორენკოს ნაშრომში [98] განხილულია ფენოვანი (იზოტროპიული და ანიზოტროპიული ფენებით) ბრუნვითი გარსები ნებისმიერი მოხაზულობის მერიდიანით, რომელიც უბნების მიხედვით დატვირთულია არაერთგვაროვანი დატვირთვით და არასტაციონალური ტემპერატურული ველით. ჩატარებულია დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის ანალიზი კონსტრუქციის ფორმის პარამეტრების მნიშვნელობებთან დამოკიდებულებაში.

გ. ვლასოვის [8] ნაშრომში ბრუნვით გარსებთან ერთად, რომლებიც განივად გოფირებულია, განიხილება გრძივად გოფირებული სქელკედლიანი ცილინდრული გარსებიც. დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობა განისაზღვრება კონსტრუქციისა და მასალის პარამეტრების გათვალისწინებით. მთელი ინფორმაცია წარმოდგენილია გრაფიკებისა და რიცხვების სახით.

ბრუნვითი გარსები ფიგურირებენ სხვა შრომებშიც [26, 28, 90, 99, 100, 113, 118, 119, 120, 121, 122, 125].

სფერულ გარსებს ეძღვნება ა. გუზისა და მისი თანაავტორების

[15, 45, 107] ა. ლურიეს [101], ე. გრიგოლიუკის [29, 114] შრომები. ამ უკანასკნელში მიმოხილულია ექსპერიმენტალური გამოკვლევები სფერული გარსებისათვის, რომლებიც ჩატარდა მათი მდგრადობისა და რხევების დასადგენად. მოცემულია კონსტრუქციების გაანგარიშების ნახევრად ემპირიული ფორმულები.

სფერული გარსების შესწავლას ეძღვნება აგრეთვე სხვა ნაშრომებიც [8, 19, 24, 42, 108, 124].

არასტანდარტული ფორმის ცილინდრული გარსები განხილულია ი. გრიგორენკოს, ა. ვასილენკოსა და ნ. პანკრატოვის [98] ნაშრომში. მასში წარმოდგენილია ფენოვანი ორთოტროპული გარსები, კერძოდ, გრძივად გოფირებული, გრძივიწიბოებიანი, წრიული, რომლებსაც აქვთ ცვლადი სისქე. გამოკვლეულია დაძაბულ-დეფორმირებულ მდგომარეობაზე.

ცილინდრული გარსები განიხილება ს. კანისა და ი. კაპლანის [32], გ. შაპიროს [57, 58] ნაშრომებში. რომლებშიც შემოთავაზებულია დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის მიახლოებითი განსაზღვრა, მოცემულია უგანზომილები სიდიდეების ფორმულები, გრაფიკები და ცხრილები, გამოყენებულია კონტურის უჭიმვობის პირობა და ძვრის არ არსებობა.

კონუსური გარსების გაანგარიშების თეორია გაშუქებულია ი. ობრაზცოვის [125] შრომაში. მოცემულია ზუსტი ამოხსნები წრიული ფირფიტებისა და ბრუნვითი გარსებისათვის, რომლებიც მიიღება სპეციალური ფუნქციების გამოყენებით. გრაფიკებში და ცხრილებში წარმოდგენილია რიცხვითი შედეგები.

ი. მილეიკოვსკისა და ა. კუნაპის ნაშრომში [10-11] წარმოდგენილია ჰიპარგარსების არქიტექტურულ-კონსტრუქციული გადაწყვეტის მიმოხილვა, აღწერილია დამრეცი ჰიპარების უმომენტო და მომენტური თეორიები, შემოთავაზებულია გაანგარიშების პრაქტიკული ვარიაციული მეთოდი გადაადგილებათა ტერმინებში. მოყვანილია გრაფიკები და ცხრილები კვადრატული გეგმის მქონე ოთხი გარსისაგან შედგენილი სისტემისათვის.

გარსები, რომელთა შუა ზედაპირი არის დადებითი, ნულოვანი და უარყოფითი განიხილება კ. ეიპლენდის [126] ნაშრომში. მასში გადატანის დამრეცი გარსებისათვის წრფივი მომენტური თეორია წარმოდგენილია ერთი განტოლებით, ხოლო იმ გარსებისათვის,

რომლებიც გეგმით სწორკუთხაა, ეს განტოლება შეიძლება ამოიხსნას წრიული ცილინდრული გარსების ანალოგიურად. აქვე განიხილება გარსების ორთოტროპიულობა და ამასთანავე გარსში შეიძლება იყოს ფენოვანი და ყოველ შრეში ორთოტროპიულობის მიმართულება პარალელური დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის მთავარი მიმართულებებისა.

დამრეც გარსებს ეძღვნება ი. ვეკუას [13] და ბ. კანტორის [127] ნაშრომები. ბ. კანტორის მიერ გამოკვლეულია საკითხების ფართო წრე: ცვლადი სისქის მქონე არაერთგვაროვანი დამრეცი სფერული გუმბათებისა და ფირფიტების თეორიის ფიზიკურად და გეომეტრიულად არაწრფივი ამოცანები, რომელზედაც მოქმედებენ დატვირთვები და ტემპერატურული ველის ცვლილება. შესწავლილია პლასტიკურობის კრიტერიუმები მასალის კუმშვადობისა და განმტკიცების გათვალისწინებით. გათვალისწინებულია აგრეთვე არაერთგვაროვნება პლასტიკური თვისებებისა თერმული დამუშავების, ზედაპირული ციფტედვის, ჩქარი ნეიტრონების ნაკადით დასხივების შემდეგ.

დამკვიდრდა სახელწოდება „ს. ტიმოშენკოს ტიპის გარსების გაანგარიშების მეთოდები“. ამ მეთოდებში შემოთავაზებულია ძვრების გათვალისწინება კოჭებში საკუთარი რხევების სისშირეების განსაზღვრისათვის. ტიმოშენკოს ტიპის გარსების თეორიის აგება საშუალებას იძლევა დავძლიოთ წინააღმდეგობა განტოლებათა სისტემის რიგსა და სასაზღვრო პირობების რაოდენობას შორის.

ამავე თავსებადობის საკითხს ეხება ე. რეისნერის [128] სტატია. ე. რეისნერი გამოდის დრეკადი ფირფიტების ღუნვის სამგანზომილებიანი შეფასებისათვის, დაწყებული მეოთხე რიგის განტოლებების თეორიით, რომელიც ეყრდნობა კირხჰოფის ჰიპოთეზებს. სამგანზომილებიანი პრობლემის სხვადასხვა ვარიაციის განსჯის შემდეგ შეინიშნება ორგანზომილებიანი თეორიის განვითარება, რომელსაც მიყვართ მეექვსე რიგის განტოლებამდე (ბოლეს, ჰენკის, მინდლინისა და რეისნერის თეორიები) განივი ძვრის ეფექტის გათვალისწინების შემთხვევაში. კიდევ ერთხელ განიხილება ლევის ადრინდელი გადაწყვეტა, რომელიც აგებს ორგანზომილებიან მათემატიკურ აპარატს, რასაც ახორციელებს პირდაპირი მეთოდით და დაჰყავს მეექვსე რიგის

განტოლებამდე. ფენოვანი ფირფიტებისათვის განიხილება აგრეთვე უფრო მაღალი რიგის განტოლება, ვიდრე მეექვსე რიგისაა. განიხილება აგრეთვე მეექვსე რიგის განტოლების ასიმპტოტური ამოხსნა, რომელიც საშუალებას იძლევა შევამციროთ განტოლების რიგი მეოთხემდე.

1.1.7. ფილებისა და გარსების თეორიის მათემატიკური აპარატი

მათემატიკური აპარატის გამოყენება ფილებისა და გარსების ამოცანების გადაწყვეტისათვის განიხილებოდა ადრე მრავალრიცხოვან შრომებში.

გარსების თეორიაში გამოიყენება მრავალგვარი მათემატიკური აპარატი, გარდა ძირითადი აპარატისა (დიფერენციალური განტოლებები, და კერძოდ, მათი მიღების ვარიაციული გზები) გამოიყენება განტოლებათა ვარიაციული ფორმა (ე.რეისნერის, ვ. ნოვოჟილოვის, კ. ჩერნიხის, ჯ. სანდერსის და სხვათა შრომები), ინტეგრალურ განტოლებათა აპარატი (ნ. კილჩევსკი და სხვები), ინტეგრალური გარდაქმნები (ლ. სლეპიანი და სხვები), სპეციალური ფუნქციები (ა. კოვალენკო და სხვები), ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის აპარატი (ვ.ბოლოტინი), წრფივი და არაწრფივი პრობლემების ასიმპტოტური გადაწყვეტა (ა.გოლდენვეიზერი, ნ. ალუშიაე და სხვები), პარამეტრის მიხედვით გადაწყვეტის გაგრძელების მეთოდი (ე. გრიგოლიუკი, ვ. შალაშინი და სხვა) და ა.შ.

დამატებით აღსანიშნავია შრომები, რომლებშიც მათემატიკური მეთოდი პირველ ადგილზეა დაყენებული [31, 39, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139].

[117] წიგნის მეორე თავში წარმოდგენილია ალბათობის თეორიის მეთოდების გამოყენება თხელი დრეკადი გარსების გაანგარიშებაში (კრიტიკულამდე დეფორმაციები, სასაზღვრო ეფექტები ტემპერატურული, შემთხვევითი თერმოდრეკადი ძაბვები, საწყის არასრულფასოვნებათა გათვალისწინება). აგრეთვე განიხილება გარსთა გაანგარიშება სტატისტიკური მეთოდების ასპექტში.

ი. ვეკუამ გამოაქვეყნა წიგნი [13], რომელიც ეძღვნება ტენზორულ ანალიზს.

1.1.8. ტექნიკის დარგში ფირფიტებისა და გარსების თეორიის გამოყენების შესახებ

მთელ რიგ შრომებში გაშუქებულია თვითმფრინავებისა და გემების თხელკედლიანი კონსტრუქციების გაანგარიშება. ამ შრომათა ნაწილი უკვე განხილულია ჩვენს მიერ. აღვნიშნოთ კიდევ რამოდენიმე.

თვითმფრინავების სამშენებლო მექანიკის შესახებ მთელი რიგი შრომებში ეკუთვნის ი. ობრაზცოვს [125, 140, 141]. ი. ობრაზცოვი იყო რედკოლეგიის თავმჯდომარე მთელი რიგი გამოცემებისა, რომლებიც ეძღვნებოდა თვითმფრინავის სამშენებლო მექანიკის პრობლემებს.

აღვნიშნოთ კიდევ რამოდენიმე შრომა, რომლებიც აშუქებენ თვითმფრინავმშენებლობასთან დაკავშირებულ საკითხებს. ეს არის კ. ბალუბახის სამი სტატია, სადაც წარმოდგენილია თვითმფრინავის კონსტრუქციის ფრაგმენტების გაანგარიშება; ს. კანისა და ი. პანოკოს და ა. უმანსკის ნაშრომები თვითმფრინავის სამშენებლო მექანიკის შესახებ. პირველ ტომში არის ოთხი თავი, რომლებშიც წარმოდგენილია ფირფიტების ღუნვისა და მდგრადობის საკითხები, მათი დრეკადობის მიღმა მუშაობის ჩათვლით, აგრეთვე ცილინდრული გარსების თეორიის ელემენტები. მეორე ტომში განიხილება თვითმფრინავის ფრთის ზოგადი სიმტკიცე და სიხისტე. მესამე ტომში სხვა საკითხებთან ერთად წარმოდგენილია თვითმფრინავის ჰერმეტიკული კაბინის სიმტკიცის საკითხები და მისი ნაწილების დრეკადი რხევები. ნაშრომში თვითმფრინავის კონსტრუქციის ელემენტების გაანგარიშების გარდა, მოცემულია ფიუზელაჟის და ფრთის კონსტრუქციის მზიდუნარიანობის განსაზღვრა. ა.უმანსკიმ შექმნა ჩაკეტილი განიგვეთის მქონე თხელკედლიანი დეროს გაანგარიშების თეორია, რომელიც აგრეთვე გამიზნულია თვითმფრინავის კონსტრუქციებისათვის.

ს. კანის ნაშრომიც ეხება თვითმფრინავმშენებლობას, თუმცა განიხილავს თეორიის და გაანგარიშების ზოგად საკითხებს.

ა. ალექსანდროვისა და ლ. კურშინის რედაქციით გამოქვეყნებულ ორ კრებულში განიხილება სამფენოვანი პანელებისა და გარსების გაანგარიშება საავიაციო კონსტრუქციების ელემენტების დაპროექტების

მიზნით. ამ კრებულის გამოცემა წინ უსწრებდა სპეციალურად სამფენოვანი პანელებისადმი მიძღვნილ ნაშრომს.

აღსანიშნავია აგრეთვე სამი კრებული: (ვ. კაბანოვის რედაქციით), (ი.ობრაზცოვისა და ა. ვოლმირის რედაქციით) და (ვ. ვასილიევის რედაქციით), სადაც წარმოდგენილია თვითმფრინავის კონსტრუქციების გაანგარიშება. გამოკვლეულია კონსტრუქციაზე არასტაციონალური ველის გავლენა, წარმოდგენილია დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის განსაზღვრა ფრთის გაძლიერებულ გარსში და გამოკვლეულია არაწრფივი დეფორმაცია და მდგრადობა. განხილულია საფრენი აპარატების საიმედოობის პრობლემები მათი გამოცდის, ნავიგაციისა და მანევრირების შემთხვევაში.

ფირფიტების დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის განსაზღვრა და მდგრადობის შეფასება მათი გემის კონსტრუქციებში გამოყენების თვალსაზრისით განთავსებულია ფუნდამენტალური ნაშრომი „გემის სამშენებლო მექანიკა“. ფირფიტების გაანგარიშებას ეძღვნება აგრეთვე ი. შიმანსკის ნაშრომი.

გემთმშენებლობაში გამოყენებული სამფენოვანი კონსტრუქციებისადმი წაყენებულ მოთხოვნებს ეხება ბ. პროხოროვისა და ვ. კობლევის ნაშრომი. მასში კერძოდ გამოკვლეულია დეფექტების გაჩენის მიზეზები და მოცემულია სამფენოვანი კონსტრუქციების ტექნიკურ-ეკონომიკური შეფასება. განსაკუთრებული სპეციფიკისაა გარსები, რომლებსაც იყენებენ მშენებლობაში. ამ კონსტრუქციების გამოყენების ძირითადი სფეროა შენობათა სახურავები. პირველი ნაშრომი, რომელშიც გარსები განიხილებოდა ამ ასპექტში იყო ფ. დიშინგერის [118]. შემდეგი იყო ი. შტაერმანის ნაშრომი [142], რომელშიც დამრეცი რკინაბეტონის გარსის დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობა განიხილება მისი განქარგილების პროცესში, ე.ი. იმ პერიოდში, როდესაც ბეტონს ჯერ კიდევ არა აქვს მიღებული საანგარიშო სიმტკიცე. უფრო მოგვიანებით გამოვიდა მისი ნაშრომი „შეაფრებული ფილები, დაპროექტება და მშენებლობა“.

1.1.9. ფილებისა და გარსების გაანგარიშება ჩვეულებრივ დიფერენციალური განტოლებებში

როგორც წინა პარაგრაფების ანალიზიდან ჩანს დეფორმადი სხეულის მექანიკის ამოცანების გადაწყვეტისათვის მრავალი მეთოდია ამჟამად დამუშავებული. ცხადია, რომ გამოთვლითი ტექნიკის პრაქტიკაში არ არსებობის პერიოდში ყველაზე უფრო ეფექტურ მეთოდად ითვლებოდა ის მეთოდები, რომლებიც მყარი ტანის მექანიკის ამოცანების ამოხსნის მიღებას შესძლებდნენ ისეთი მარტივი ანალიზური გამოსახულების სახით, რომლებიც არ ითხოვდნენ დიდი მოცულობის გამოთვლების შესრულებას მათ პრაქტიკაში დასანერგავად. ასეთი სახის მეთოდების დამუშავება კი დამოკიდებული იყო მათემატიკური ხასიათის სირთულეების გადალახვასთან, რაც მიიღწეოდა მხოლოდ ორიგინალური მათემატიკური მიდგომის გამოყენებით.

რაც შეეხება თანამედროვე კომპიუტერების არსებობის პერიოდს, აქ დეფორმირებადი სხეულის მექანიკის ამოცანის ამოხსნის მეთოდით, ეფექტურობის შეფასება მკვეთრად იცვლება. ამ ეტაპზე გამოთვლითი სამუშაოების შესრულება (ძალიან დიდი მოცულობითაც კი) აღარ წარმოადგენს უკვე რაიმე დაბრკოლებას მათი პრაქტიკაში დანერგვის საქმეში. ამიტომ თანამედროვე კომპიუტერის არსებობის შემთხვევაში ყველაზე უფრო ეფექტურად მიიჩნევიან უკვე ისეთი მეთოდები, რომლებიც მოიცავენ ამოცანების ფართო წრეს და გამოირჩევიან განსაკუთრებული მათემატიკური სიმარტივით, რაც ხშირად მიიღწევა გამოთვლითი სამუშაოების გაზრდის გზითაც მათი რიცხვითი რეალიზაციის დროს. ასეთი მეთოდების რიცხვს მიეკუთვნებიან, პირველყოვლისა, რიცხვითი მეთოდები: სასრულო სხვაობათა მეთოდი, რომელიც მართალია დამუშავებული იყო ძალიან ადრე, მაგრამ მან პრაქტიკული გამოყენება ჰპოვა მხოლოდ თანამედროვე კომპიუტერების პერიოდში. პრაქტიკაში მეტად ფართო გავრცელება ჰპოვა საინჟინრო ნაგებობებისა და კონსტრუქციების პროექტირების საქმეში რიცხვითმა მეთოდმა, რომელიც ცნობილია სასრულო ელემენტთა მეთოდის სახელწოდებით [39], [131], [72], [143], [134], [135], [144]. უნდა აღინიშნოს,

რომ სასრულო ელემენტთა მეთოდი ეფექტურია ძალიან რთული სტრუქტურის მქონე ობიექტების (გეომეტრიული და ფიზიკური აზრით) განხილვისას. მაგრამ, ცნობილია, მას აქვს მნიშვნელოვანი ნაკლოვანებებიც: თხოულობს დიდი რაოდენობის საწყისი ინფორმაციის დამუშავებას; განხილული ამოცანის ამოხსნისას საჭიროებს მეტად მაღალი რიგის ალგებრულ განტოლებათა სისტემის ამოხსნას; არასაკმარისადაა დახასიათებული უსასრულო და ნახევრად უსასრულო არეებისათვის და სხვა. თუმცა უკანასკნელ პერიოდში, ცნობილი მეცნიერების გამოკვლევების წყალობით მიღწეულია მნიშვნელოვნად დახვეწა მისი არსის მათემატიკური ინტერპრეტაციისა, რამაც მკვეთრად გაამარტივა სასრულო ელემენტების მეთოდის კომპიუტერზე რიცხვითი რეალიზაციის პროცედურა. მნიშვნელოვანი წვლილი ამ საქმეში შეიტანა უკრაინელ მეცნიერთა სკოლამ. ამ გამოკვლევების შედეგად დამუშავებულია აღნიშნული მეთოდის რამდენიმე ვარიანტი: სასაზღვრო ელემენტების მეთოდი, სუპერელემენტების მეთოდი, ნახევრად ანალიზური მეთოდი და სხვა.

2008 წლის აპრილის ბოლოს საქართველოს ტექნიკურ უნივერსიტეტში ჩატარდა საერთაშორისო კონფერენცია რიცხვითი მეთოდების, კერძოდ „ლირას“ გამოყენებით სამშენებლო კონსტრუქციების გაანგარიშების თაობაზე. ცნობილმა სპეციალისტმა პროფ. გოროდეცკიმ თავის გამოსვლაში აღნიშნა, რომ მიუხედავად დიდი წარმატებისა პროგრამა „ლირას“ არასწორი და არასპეციალისტის გამოყენების შედეგად მეტად საშიში იარაღია, რომელმაც შეიძლება გამოიწვიოს ნაგებობების ნგრევა და აუნაზღაურებელი მატერიალური ზარალი. ამიტომაც საჭიროა სახელმწიფოში შეიქმნას სამეცნიერო დაწესებულება, რომელიც კონტროლს გაუწევს პროგრამა „ლირას“ სწორ მომსახურების საქმეს.

აღნიშნული მეთოდებიდან შედარებით ფართო გამოყენება ჰპოვა სასაზღვრო ელემენტთა მეთოდმა, რასაც ადასტურებს ცნობილი მეცნიერების დიდი ყურადღება მისი შემდგომი განვითარების საქმეში, სასაზღვრო ელემენტთა მეთოდის იდეა, რომლის თანახმადაც დგინდება საძიებელი ფუნქციების დამოკიდებულება სხეულის შიგნით და მის საზღვრებზე, ჩასახული იყო უფრო ადრე, როცა დრეკადობის თეორიის

ამოცანების რიცხვითი მეთოდების დამუშავებისას ინტეგრალური განტოლებების გამოყენებით შეიცვალა კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლების განხილვა. ამ იდეის რეალიზაციას მიყვავართ აღნიშნული დიფერენციალური განტოლებების, ურთიერთდამოკიდებულების შეცვლაზე პრაქტიკულად ექვივალენტური ინტეგრალური განტოლებებით, რომლებშიც აღნიშნული საძიებელი სიდიდეების მნიშვნელობები მოცემულია მხოლოდ განსახილველი არეების საზღვრებზე. ამიტომ მათ უწოდებენ სასაზღვრო ინტეგრალურ განტოლებებს, ხოლო ამ მიდგომას დეფორმირებული სხეულის მექანიკის ამოცანების ამოხსნისას – სასაზღვრო ინტეგრალური განტოლებების მეთოდს. მის შექმნაში დიდი წვლილი მიუძღვით ნ. მუსხელიშვილს [71], ვ. კუპრაძეს და მის მოწაფეებს [72], ი. ვეკუას [13], [14] და სხვა.

ი. ლუდუშაურის მონოგრაფია [16] მიეკუთვნება სწორედ იმ ახალი თეორიული გამოკვლევების კატეგორიას, რომლებიც ეძღვნება დეფორმირებადი სხეულების მექანიკის ამოცანების ამოხსნისათვის ეფექტური ანალიზური მეთოდის დამუშავებას თანამედროვე ეგმ-ის არსებობის პერიოდში. მასში მოცემულია დრეკადობის თეორიის სამგანზომილებიანი ამოცანების ამოხსნის ზოგადი ანალიზური მეთოდი, რომელიც მათემატიკური თვალსაზრისით გამოირჩევა გასაკუთრებული სიმარტივით და მეტად მოხერხებულია პრაქტიკული გამოყენების თვალსაზრისით. ამ მეთოდის რეალიზაციის მათემატიკური გამარტივება მდგომარეობს იმაში, რომ მისი გამოყენებისას დრეკადობის თეორიის ამოცანების ამოხსნა დაიყვანება ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების ინტეგრებაზე. ეს მიიღწევა მასში ჩადებული ორიგინალური ანალიზური მოდელის საფუძველზე, რომლის თანახმადაც მოცემული სამგანზომილებიანი სხეულის უსასრულოდ მცირე ელემენტის მუშაობა წარმოდგენილია ამ ელემენტის ტოლდონი სამი „ერთგანზომილებიანი“ ფიქტიური ელემენტის ერთობლივი მუშაობით „ერთგანზომილებიანის“ ქვეშ აქ იგულისხმება ფიქტიური სისტემის ფიზიკური დახასიათება, რომ მის უსასრულოდ მცირე ელემენტს უნარი აქვს იმუშაოს გაჭიმვაზე (კუმშვაზე) მხოლოდ რომელიმე ერთი ორთოგონალური მიმართულებით, რომელიც წოდებულია მის მუშა

მიმართულებად. ამასთან ერთად, აღნიშნული სამი ფიქტიური სისტემის მუშა მიმართულებები ურთიერთორთოგონალურნი არიან მოცემული ობიექტის ნებისმიერ წერტილში.

მოცემულ ეტაპზე ი. ღუდუშაურის აღნიშნული თეორია დამუშავებულია კლასიკური დრეკადობის თეორიის დაშვებების სიზუსტით. მის მონოგრაფიაში განხილული მრავალი რიცხვითი მაგალითები მოწმობენ, რომ ამ თეორიით მიღებული დრეკადობის თეორიის ამოცანების ამოხსნები გამოირჩევიან სწრაფი კრებადობით და მაღალი სიზუსტით. გარდა ამისა, აღნიშნული თეორია მეტად მარტივია მათემატიკური თვალსაზრისით და თავისუფალია ზემოთ აღნიშნული ნაკლოვანებებისაგან. ამიტომ მას უნარი აქვს წარმატებით გაუწიოს კონკურენცია რიცხვით მეთოდებს მარტივი სტრუქტურის მქონე ობიექტების განხილვისას, ე.ი. როცა ობიექტის ფიზიკურ-გეომეტრიული მახასიათებლები და სასაზღვრო პირობები ექვემდებარებიან ზუსტ ანალიზურ ჩაწერას მოცემული ობიექტის არის ფარგლებში.

2. შედეგები და მათი განსჯა

2.1. თხელი ფილების და ცილინდრული გარსების ღუნვაზე გაანგარიშების ზოგადი თეორია ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებებში

2.1.1. ნაშრომში გამოყენებული თეორიის არსი

ქვემოთ გამოყენებული თეორია ეფუძნება ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებებში დრეკადობის თეორიას, რომელიც ზოგად დამუშავებულ იქნა ი.დუდუშაურის მიერ [16]. ამ ახალი თეორიის მიზანს წარმოადგენს კლასიკური დრეკადობის თეორიის გამოყენებით ფილებისა და გარსების გაანგარიშებისას წარმოშობილი მათემატიკური ხასიათის სიძნელეების გვერდის ავლა, გაანგარიშების სიზუსტის დაკარგვის გარეშე, რაც მიღწეულია კლასიკური დრეკადობის თეორიის ანალიზური მოდელის არსის ახლებური ინტერპრეტაციის გზით.

როგორც ცნობილია, კლასიკურ დრეკადობის თეორიას [71], [1], [145] საფუძვლად უდევს ანალიზური მოდელი უსასრულოდ მცირე ელემენტების შესახებ, რომლებიც ჩვენს წარმოდგენაში ამოიკვეთება მოცემული დრეკადი T სხეულიდან და განიხილება მის ექვსივე წახნაგზე მოქმედი შინაგანი ძაბვის ყველა კომპონენტის (ნორმალური და მხები) გათვალისწინებით (ნახ. 1, ა) წონასწორობისა და დეფორმაციების ყველა განტოლებებისა და დამოკიდებულებების მისაღებად. აღნიშნული განტოლებები ჩაიწერება რთული სტრუქტურის კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებების სახით, რომელთა ამოხსნა ამოცანის სასაზღვრო პირობების გათვალისწინებით, როგორც ცნობილია მათემატიკური ხასიათის რთული დაბრკოლებებთან არის დაკავშირებული. კლასიკური დრეკადობის თეორიის ფუძემდებელ აკად. ნ. მუსხელიშვილი თავის ცნობილ მონოგრაფიაში [] წერს: „თუ დავსვათ საკითხს ჩვენი ღეროს წონასწორობის შესახებ ყველა პირობის სრულად დაკმაყოფილების მიზნით, მაშინ მივდივართ მათემატიკურ ამოცანამდე ყველა საძიებელი სიდიდისათვის. $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}, u, v, w$ ისეთი მნიშვნელობის განსაზღვრის შესახებ, რომლებიც ღეროს მიერ დაკავებული v არეში ზუსტად დააკმაყოფილებენ

სივრცითი დრეკადობის თეორიის ყველა განტოლებას და ამის გარდა ამოცანის ყველა სასაზღვრო პირობას. ასეთნაირად დასმული ამოცანა გადაწყვეტა დაკავშირებულია მნიშვნელოვან მათემატიკურ სირთულეებთან, თუ მოიძებნება არა მარტო თეორიული, არამედ ისეთი ამონახსნიც, რომელიც ექვემდებარება რიცხვით რეალიზაციას.

საბედნიეროდ ირკვევა, რომ პრაქტიკული მიზნებისათვის უმეტეს შემთხვევაში არ არის საჭირო (და თანაც აზრი არა აქვს) ამოცანის დასმას ასეთი სირთულით“. ასევე რთულ მათემატიკურ პრობლემებზეა ლაპარაკი „ბიბლიას“ სახელწოდებით ცნობილ ოთხი ავტორის (ვ. კუპრაძე, მ. ბაშალეიშვილი, თ. გეგელია, თ. ბურჭულაძე) მონოგრაფიაში.

ამ ამონარიდიდან ჩანს, რომ თუმცა მათემატიკური თვალსაზრისით ყველა ამოცანა გადაწყვეტილია, მაგრამ ამოხსნის რიცხვითი რეალიზაცია ყოველთვის მოსახერხებელი არ არის. სწორედ ამ დაბრკოლებების წარმატებით გადალახვაა მიღწეული ი.ღუღუშაურის ზემოთ მოხსენებულ თეორიაში.

უნდა ითქვას, რომ სწორედ აღნიშნული დაბრკოლებების გადალახვის მიზნითაა ამჟამად დამუშავებული მრავალი სახის რიცხვითი მეთოდი (სასრულო სხვაობების, სასრულო ელემენტების და სხვა), რომელთა რეალიზაცია დაკავშირებულია დიდი მოცულობის გამოთვლით სამუშაოსთან და, ამიტომ, მათი პრაქტიკაში დანერგვა შესაძლებელი გახდა მხოლოდ მაღალი კლასის თანამედროვე გამოთვლითი ტექნიკის გამოყენებით. მაგრამ ეს რიცხვითი მეთოდები, ანალიზურ მეთოდებთან შედარებით, როგორც ცნობილია, გაცილებით დაბალი სიზუსტით ხასიათდებიან ნაგებობის საერთო დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის გამოკვლევისას.

ი. ღუღუშაურის აღნიშნულ თეორიაში გამოყენებული ანალიზური მოდელის თანახმად, რომელიც სიზუსტით კლასიკური ანალიზური მოდელის (ნახ. 1, ა) ადეკვატურია, ნებისმიერი დრეკადი T სხეულის დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობა, გამოწვეული გარე ზემოქმედებით (ძალოვანი, ტემპერატურული და სხვა), წარმოიღვინება „ერთგანზომილებიანი“ სამი ფიქტიური სისტემის T_α , T_β , T_γ ერთობლივი მუშაობის სახით. ეს ფიქტიური სისტემები გეომეტრიულად ადეკვატურნი არიან მოცემული სამგანზომილებიანი T სხეულისა,

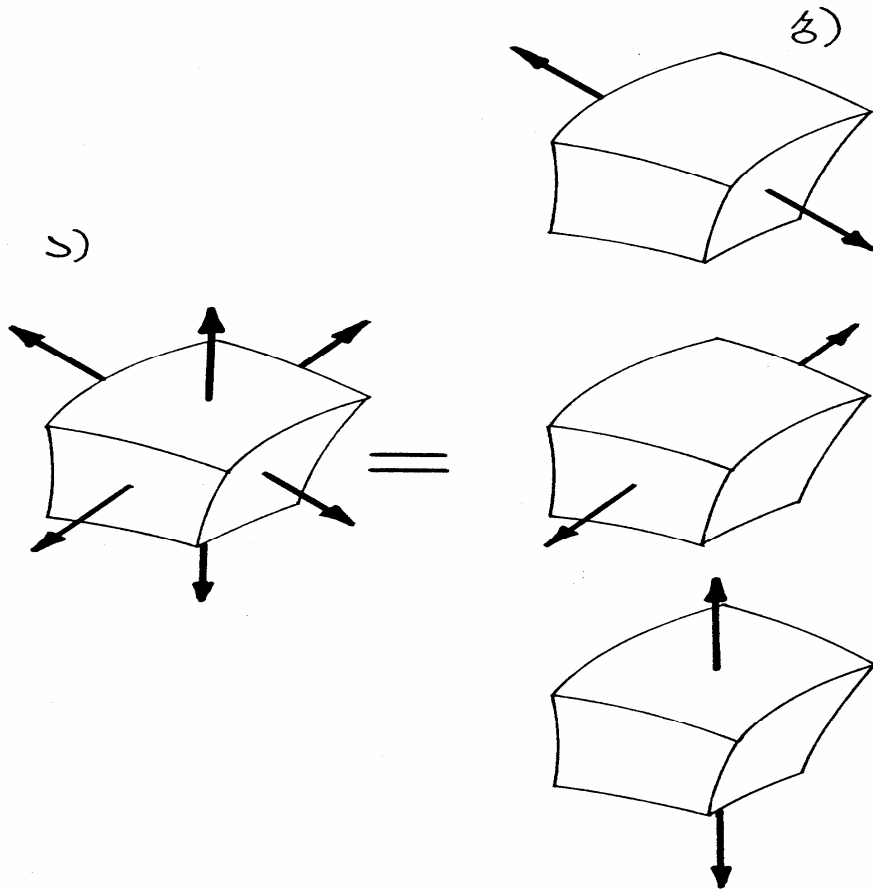
ხოლო მათი ფიზიკური მახასიათებლები კი უზრუნველყოფენ ამოცანის დაყვანას ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების ინტეგრებაზე კლასიკურ დრეკადობის თეორიაში გამოყენებული ცნობილი ჰიპოთეზური დაშვებების სიზუსტით. თითოეული ამ ფიქტიური სისტემის უსასრულოდ მცირე ელემენტს უნარი შესწევს იმუშაოს გაჭიმვაზე (კუმშვაზე) მხოლოდ ისეთი მიმართულებით, რომელიც ემთხვევა მისი ინდექსის შესაბამისი საკოორდინატო წირის მხებს. ფიქტიური სისტემების ასეთი „მუშა“ მიმართულებები, რომლებიც ნაჩვენებია მათი ინდექსებით, აღნიშნული განმარტების თანახმად, ცხადია, ურთიერთ ორთოგონალური იქნებიან, რაც გამოიწვევს განსახილველი T სხეულის მცირე ელემენტზე (ნახ. 1, ა) მოქმედ შინაგანი ძაბვის კომპონენტების შესაბამის გადანაწილებას ფიქტიური სისტემების უსასრულოდ მცირე ელემენტებს შორის (ნახ. 1, ბ).

კლასიკური დრეკადობის თეორიის ანალიზური მოდელის (ნახ. 1, ა, ბ), არსის აღნიშნულ ახლებურ ინტერპრეტაციას ი. ღუდუშაური უყენებს შემდეგ ორ ძირითად მოთხოვნას:

1. ფიქტიურ $T_\alpha, T_\beta, T_\gamma$ სისტემათა ერთობლივი მუშაობისა და მოცემული T რეალური სხეულის მუშაობის ადეკვატურობის უზრუნველყოფა, კლასიკურ დრეკადობის თეორიაში გამოყენებულ ცნობილ ჰიპოთეზურ დაშვებათა სიზუსტით (ცხადია, კირხჰოფის ზემოთ მოხსენებული ჰიპოთეზის გარდა);

2. კლასიკური დრეკადობის თეორიის ნებისმიერი ამოცანის დაყვანას ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების ინტეგრებაზე.

ამრიგად, აღნიშნული გზით კლასიკური დრეკადობის თეორიის ნებისმიერი სამგანზომილებიანი ამოცანა დაიყვანება რაღაც „სივრცით საკონტაქტო“ ამოცანაზე $T_\alpha, T_\beta, T_\gamma$ ფიქტიურ სისტემათა ერთობლივი მუშაობის შესახებ, რომლებშიც საძიებელი მოცულობითი რეაქციული ურთიერთქმედების ძალების (ძალები და მომენტები) განისაზღვრებიან აუცილებელი და საკმარისი „საკონტაქტო“ პირობებიდან. ეს უკანასკნელნი, იგიური ტოლობების სახით, ავტომატურად მიიღებიან უშუალოდ ზემოთ აღნიშნული პირველი მთავარი პირობის შესრულებისას.



ნახ. 1. უსასრულოდ მცირე ელემენტის დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობა

ამ რეაქციული ძალების საძიებელი ფუნქციები წინასწარ წარმოდგინდებიან საერთო ფორმის მწკრივების სახით, რომლებიც ზოგად მრუდწირულ კოორდინატა სისტემაში α, β, γ ჩაიწერებიან შემდეგი საერთო ფორმით:

$$y_i^* = \sum_{m_i}^{\infty} \sum_{n_i}^{\infty} \sum_{k_i}^{\infty} A_{mnk}^i \phi_m^i(\alpha) \psi_n^i(\beta) f_k^i(\gamma) + \sum_{j=1}^{\infty} [\xi_j^i(\alpha) \eta_j^i(\beta, \gamma) + \nu_j^i(\beta) \mu_j^i(\alpha, \gamma) + \lambda_j^i(\gamma) g(\alpha, \beta)], \quad (1)$$

სადაც y_i^* - ფიქტიურ სისტემათა $T_\alpha, T_\beta, T_\gamma$ ურთიერთქმედების გამომხატველი რომელიღაც i -ური რეაქციული ძალეა; A_{mnk}^i - საძიებელი მუდმივი კოეფიციენტებია; $\phi_m^i(\alpha), \psi_n^i(\beta), f_k^i(\gamma)$ - ნებისმიერი მაინტერპოლირებადი ფუნქციებია, რომლებიც, მათ წარმოებულებთან

ერთად, არ განიცდიან წყვეტას T სხეულის ფარგლებში; α, β, γ – უკანზომილები კოორდინატებია.

რაც შეეხება მისი ერთმაგი მწკრივის სამ წევრს, რომელთა დანიშნულებაა შესაბამისი სასაზღვრო პირობების დაკმაყოფილება, როგორც წესი, შეინარჩუნება მხოლოდ ერთი, ან ყველა ისინი მიიხნევიან ნულის ტოლად (განსახილველ კონკრეტულ ამოცანაში მოცემული სასაზღვრო პირობების ხასიათის მიხედვით). თანაც, თითოეული მათგანის პირველი ფუნქცია, რომელიც ერთ კოორდინატაზეა დამოკიდებული, უნდა აკმაყოფილებდეს ზემოთ აღნიშნული მაინტერპოლირებელი ფუნქციებისადმი წაყენებულ მოთხოვნებს. მეორე ფუნქცია კი რომელიც ორ კოორდინატაზეა დამოკიდებული, საძიებელია და განისაზღვრება შესაბამისი სასაზღვრო პირობიდან.

განსაკუთრებით აღსანიშნავია ი. ღუდუშაურის თეორიაში გამოყენებული კლასიკური თეორიის ანალიზური მოდელის (ნახ. 1, ა) ახლებური ინტერპრეტაციის (ნახ. 1, ბ) არსის კიდევ ერთი მეტად მნიშვნელოვანი მხარე, რომლის თანახმად შინაგანი მხები ძაბვები:

$$\tau_{\alpha\beta} = \tau_{\beta\alpha} = \tau_{\alpha\beta}^*, \quad \tau_{\alpha\gamma} = \tau_{\gamma\alpha} = \tau_{\alpha\gamma}^*, \quad \tau_{\beta\gamma} = \tau_{\beta\gamma} = \tau_{\beta\gamma}^*, \quad (2)$$

მათი წარმოშობის ბუნების გამო, მიეკუთვნებიან $T_\alpha, T_\beta, T_\gamma$ ფიქტიურ სისტემათა ურთიერთქმედების გამომხატველი ძალების ჯგუფს და ამიტომ მათი საძიებელი ფუნქციებიც წარმოდგინდებიან წინასწარ (1) ფორმის მწკრივის სახით. ამასთან ერთად, ურთიერთქმედების ზემოთ აღნიშნული რეაქციული ძალებსაგან განსხვავებით, მათ დამატებით წაყენება მოთხოვნა იმის შესახებ, რომ (1) ფორმის მწკრივების სახით წარმოდგენილი შინაგანი მხები ძაბვების $\tau_{\alpha\beta}^*, \tau_{\alpha\gamma}^*, \tau_{\beta\gamma}^*$ საძიებელი ფუნქციები ზუსტად უნდა აკმაყოფილებდნენ მათ შესაბამის სასაზღვრო პირობებსაც, რაც ადვილად მიიღწევა ამ მწკრივებში მაინტერპოლირებელი ფუნქციების შერჩევის ეტაპზევე.

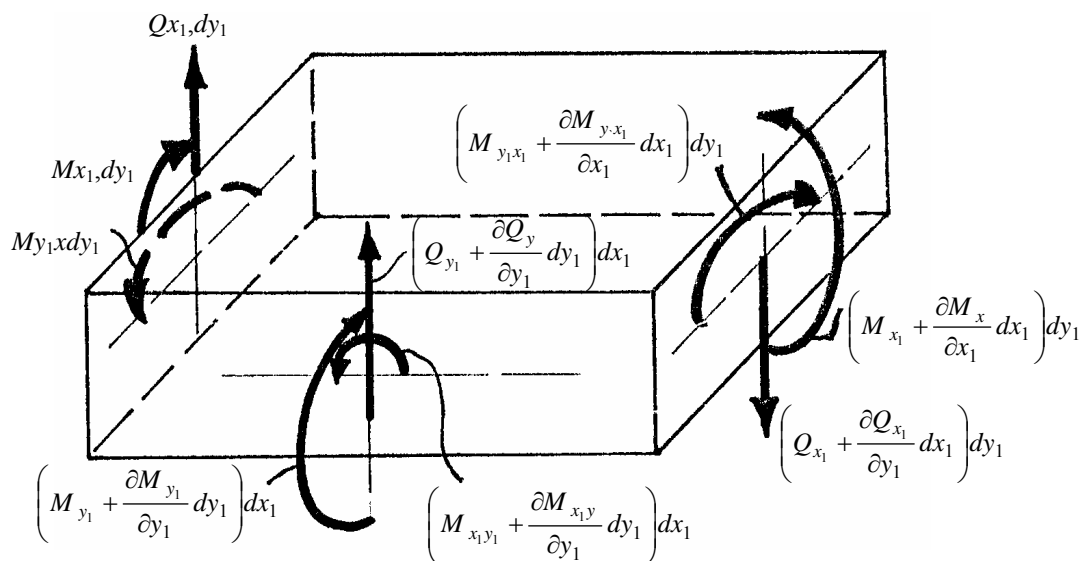
უნდა ითქვას, რომ ამ უკანასკნელი მოთხოვნის შესრულება ერთ-ერთი ძირითადია ი. ღუდუშაურის ზოგად თეორიაში. საქმე იმაშია, რომ სწორედ მისი შესრულებით მიიღწევა მეტად ეფექტური სახით: კლასიკური დრეკადობის თეორიის ამოცანათა დაყვანა ჩვეულებრივი

დიფერენციალური განტოლებების ამოხსნაზე; დანარჩენი სასაზღვრო პირობების დაკმაყოფილების საკითხის მკვეთრად გამარტივება და, რაც მოცემული ნაშრომის ავტორისათვის განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია, თხელი გარსებისა და ფილების გაანგარიშებისას სასაზღვრო პირობების ზუსტად დაკმაყოფილება, კლასიკურ გარსთა თეორიაში დაკანონებული ჰიპოთეზური დაშვებების გამოყენების გარეშე, რომელთა რიცხვს მიეკუთვნება კირხჰოფის ცნობილი ჰიპოთეზაც.

2.1.2. თხელი ფილების ღუნვაზე გაანგარიშების მაგალითები

2.1.2.1. თავისუფლად დაყრდნობილი ფილის ღუნვა კონტურზე მოქმედი განაწილებული მომენტების გათვალისწინებით

ჩვენ შემოვიფარგლებით სწორკუთხედის ფორმის ფილის ღუნვაზე გაანგარიშების ძირითადი დიფერენციალური განტოლებებით, რომელთა მისაღებად განიხილება ფილის უსასრულოდ მცირე ელემენტები $h dx_1 dy_1$, რომლის ვერტიკალურ წახნაგებზე მოქმედებენ შინაგანი ძალები Q_{x_1} , Q_{y_1} , M_{x_1} , M_{y_1} და $H^* = M_{x_1 y_1} = M_{y_1 x_1}$ მგრეხი მომენტი (ნახ. 2), ხოლო კონტურზე კი გარე განაწილებული დატვირთვა. x_1 და y_1 დეკარტეს მართკუთხა კოორდინატებია.



ნახ. 2. ფილის უსასრულოდ მცირე ელემენტი

ფილის აღნიშნული ელემენტის წონასწორობის დიფერენციალური განტოლებები ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{x_1}}{\partial x_1} + \frac{\partial Q_{y_1}}{\partial y_1} &= q \\ \frac{\partial M_{x_1}}{\partial x_1} + \frac{\partial H^*}{\partial y_1} &= Q_{x_1} \\ \frac{\partial M_{y_1}}{\partial y_1} + \frac{\partial H^*}{\partial x_1} &= Q_{y_1}. \end{aligned} \quad (3)$$

აღნიშნული შიგა ძალური კლასიკურ დრეკადობის თეორიაში გამოსახებიან ფილის W ჩაღუნვის საშუალებით

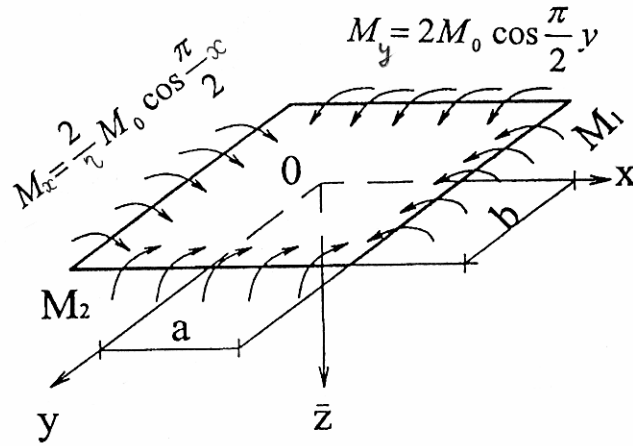
$$\begin{cases} M_{x_1} = -D \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x_1^2} - \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y_1^2} \right) \\ M_{y_1} = -D \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y_1^2} - \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x_1^2} \right) \\ H^* = -D(1-\nu) \frac{\partial^2 W}{\partial x_1 \partial y_1}, \\ D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}. \end{cases} \quad (4)$$

თუ (3) ტოლობიდან გამოვრიცხავთ Q_{x_1} და Q_{y_1} განივ ძალებს და გავითვალისწინებთ (4) ტოლობებს მივიღებთ სოფი-ჟერმენის ცნობილ განტოლებას W ჩაღუნვის ფუნქციის მიმართ.

$$\frac{\partial^4 W}{\partial x_1^4} + 2 \frac{\partial^4 W}{\partial x_1^2 \partial y_1^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial y_1^4} = \frac{q(x, y)}{D}.$$

ამრიგად, კლასიკური დრეკადობის თეორიის გამოყენებით სწორკუთხედის ფორმის ფილის გაანგარიშება დაიყვანება მისი ჩაღუნვისათვის ისეთი ფუნქციის $W(x_1, y_1)$ განსაზღვრაზე, რომელიც დააკმაყოფილებს ბიჰარმონიულ განტოლებას და ყოველი კონკრეტული ამოცანისათვის წინასწარ მოცემულ ყველა სასაზღვრო პირობას, რაც როგორც ზემოთ იყო აღნიშნული დაკავშირებულია მათემატიკური ხასიათის დიდ სირთულეებთან. დისერტაციაში დასმული ამოცანის გადაწყვეტისას ვიყენებთ ი. ლუდუშაურის მიერ დამუშავებულ თეორიას [16], რომლის საფუძველზე მკვეთრადაა გამარტივებული საერთოდ დრეკადობის თეორიის ნებისმიერი ამოცანის ზუსტი გადაწყვეტა.

განვიხილოთ შემთხვევა, როცა სწორკუთხა ფილა კონტურით თავისუფლად დაყრდნობილი და განიცდის კონტურის გასწვრივ კოსინოსოიდის კანონით განაწილებული მომენტების ქმედებას (ნახ. 3).



ნახ. 3. თავისუფლად დაყრდნობის ფილა კონტურზე განაწილებული მომენტებით

დასმული ამოცანის გადაწყვეტა მოცემულია ქვემოთ ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებებში დრეკადობის თეორიის გამოყენებით [16], სადაც მიღებულია უგანზომილებო კოორდინატები:

$$x = \frac{x_1}{a}; \quad y = \frac{y_1}{b}; \quad \eta = \frac{a}{b}. \quad (5)$$

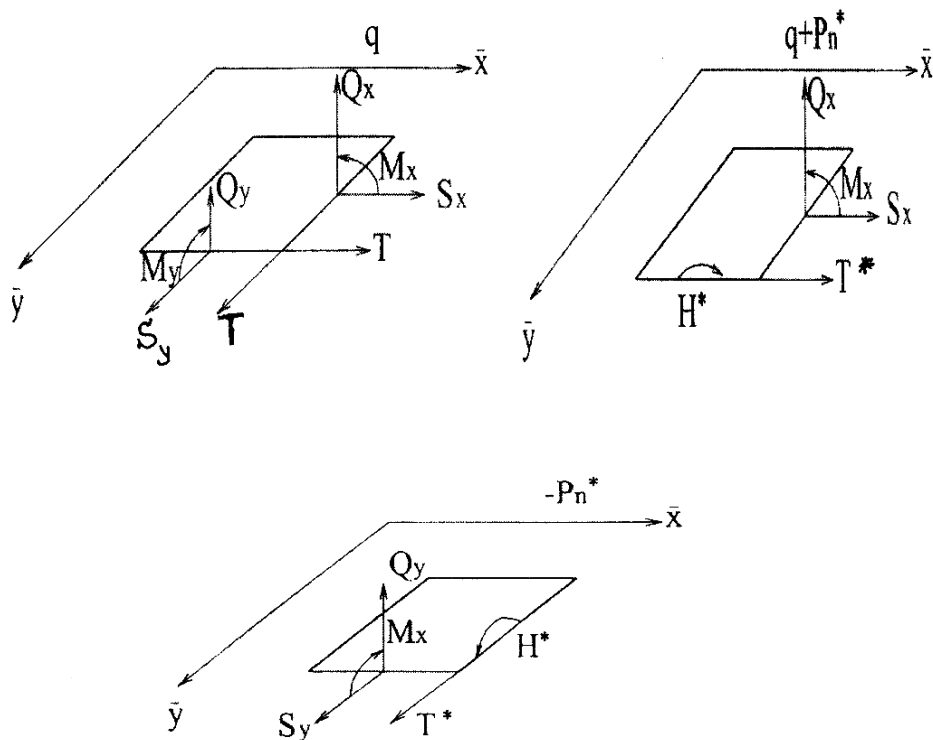
სადაც a და b ფილის კონტურის ზომებია.

ამოცანაში მოცემული გვაქვს წინასწარ შემდეგი რეალური სასაზღვრო პირობები [146] (ნახ. 3)

$$\text{როცა } x = \pm 1; \quad M_x = M_1; \quad Q_x = 0; \quad H^* = 0 \quad (6)$$

$$\text{როცა } y = \pm 1; \quad M_y = M_2; \quad Q_y = 0; \quad H^* = 0.$$

მოცემული ფილის ღუნვაზე მუშაობა ი. ლუღუშაურის მეთოდით წარმოდგინება T_x , T_y ფიქტიურ სიტემების ერთობლივი მუშაობის სახით, რომელთა წონასწორობის განტოლებები ჩაიწერებიან შემდეგი სახით: (ნახ. 4).



ნახ. 4. ფიქტიურ სისტემებში შიგა ძალების განაწილების კანონი

– T_x ფიქტიური სისტემისათვის

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial Q_x}{\partial x} = -P_n^*$$

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial M_x}{\partial x} - Q_x = -\frac{1}{b} \frac{\partial H^*}{\partial y}, \quad (7)$$

– T_y ფიქტიური სისტემისათვის

$$\frac{1}{b} \frac{\partial Q_y}{\partial y} = -P_n^*,$$

$$\frac{1}{b} \frac{\partial M_y}{\partial y} - Q_y = -\frac{1}{a} \frac{\partial H^*}{\partial x}. \quad (8)$$

(7) და (8) სისტემებიდან P_n^* -ის გამორიცხვის შემდეგ მიიღება კლასიკურ დრეკადობის თეორიის (3) წონასწორობის განტოლებათა სისტემა.

განტოლებებიდან (7) და (8) განისაზღვრებიან შინაგანი ძალები, Q_x , M_x , Q_y , M_y მას შემდეგ, რაც ფიქტიურ სისტემათა T_x , T_y ურთიერთქმედების ძალები P_n^* და H^* წარმოდგენილი იქნებიან წინასწარ მწკრივების სახით. ამ უკანასკნელთა მაინტერპოლირებული ფუნქციების შერჩევას გათვალისწინება მოცემული ამოცანის შესაბამისი სასაზღვრო პირობების (6) გარდა შემდეგი საწყისი პირობებიც

$$\begin{aligned} \text{როცა } x = 0; \quad H^* = 0; \quad P_n^* \neq 0; \quad \frac{\partial W_x}{\partial x} = 0, \\ \text{როცა } y = 0; \quad H^* = 0; \quad P_n^* \neq 0; \quad \frac{\partial W_y}{\partial y} = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

სადაც $W_x - T_x$ ფიქტიური სისტემის ჩაღუნვაა, ხოლო $W_y - T_y$ ფიქტიური სისტემის.

გარდა ამისა რეაქციული დატვირთვა P_n^* განსახვავებულია ნულისაგან ფილის მთელ შუალედა ზედაპირზე.

ამრიგად, სასაზღვრო პირობებისა (6) და საწყისი პირობების (9) გათვალისწინებით აღნიშნული მწკრივები შეიძლება წარმოდგენილი იქნენ შემდეგი სახით:

$$\begin{aligned} P_n^* &= \sum_m \sum_n A_{mn} (m \cos mx - \sin m)(n \cos ny - \sin n) \\ H^* &= \sum_m \sum_n \frac{a^2}{\eta} B_{mn} (\sin mx - x \sin m)(\sin ny - y \sin n) \end{aligned} \quad (10)$$

სადაც A_{mn} და B_{mn} ჯერჯერობით უცნობი კოეფიციენტებია და განისაზღვრებიან სათანადო შერწყმის პირობებიდან.

შემდგომში ჩანაწერების გამარტივების მიზნით შემოღებულია აღნიშვნები $\sum_m \sum_n A_{mn} = A_{mn}$; $\sum_m \sum_n B_{mn} = B_{mn}$.

გამოვთვალოთ Q_x , M_x , Q_y , M_y სიდიდეები წონასწორობის (7) და (8) განტოლებებიდან (10) ტოლობების გათვალისწინებით

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} \frac{\partial Q_x}{\partial x} &= P_n^* \\ \frac{1}{a} \frac{\partial Q_x}{\partial x} &= A_{mn} (m \cos mx - \sin m)(n \cos ny - \sin n), \end{aligned}$$

ინტეგრებით მივიღებთ:

$$Q_x = aA_{mn}(\sin mx - x \sin m)(n \cos ny - \sin n) + C_1(y).$$

$C_1(y)$ საინტეგრაციო ფუნქცია განისაზღვრება სასაზღვრო პირობიდან (6), როცა $x = \pm 1$; $Q_x = 0$ პირობა გვაძლევს $C_1(y) = 0$.

საბოლოოდ

$$Q_x = +aA_{mn}(\sin mx - x \sin m)(n \cos y - \sin n). \quad (11)$$

(11)-ს გათვალისწინებით წონასწორობის განტოლება

$$\frac{1}{a} \frac{\partial M_x}{\partial x} - Q_x = -\frac{1}{b} \frac{\partial H}{\partial y}.$$

მოგვცემს

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} = a^2(A_{mn} - B_{mn})(\sin mx - x \sin m)(n \cos y - \sin n),$$

საიდანაც

$$M_x = -a^2(A_{mn} - B_{mn}) \left(\frac{1}{m} \cos mx + \frac{x^2}{2} \sin m \right) \times \\ \times (n \cos ny - \sin n) + C_2(y).$$

პირობა როცა $x = \pm 1$; $M_x = M_1$ გვაძლევს

$$C_2(y) = M_1 + a^2(A_{mn} - B_{mn}) \left(\frac{1}{m} \cos mx + \frac{1}{2} \sin m \right) (n \cos ny - \sin n),$$

საბოლოოდ

$$M_x = M_1 - a^2(A_{mn} - B_{,m}) f_1(m, x)(n \cos ny - \sin n) \quad (12)$$

სადაც შემოდებულა აღნიშვნა

$$f_1(m, x) = \frac{1}{m}(\cos mx - \cos m) + \frac{1}{2}(x^2 - 1) \sin m.$$

ანალოგიურად Q_y და M_y სიდიდეებისათვის გვექნება

$$\frac{1}{b} \frac{\partial Q_y}{\partial y} = -P_n^*,$$

$$\frac{1}{b} \frac{\partial Q_y}{\partial y} = -A_{mn}(m \cos mx - \sin m)(n \cos ny - \sin n),$$

$$Q_y = -\frac{a}{\eta} A_{mn}(m \cos mx - \sin m)(\sin ny - y \sin n) + B_1(x).$$

როცა $y = \pm 1$; $Q_y = 0 \Rightarrow B_1(x) = 0$

$$Q_y = -\frac{\alpha}{\eta} A_{mn} (m \cos mx - \sin m)(\sin ny - y \sin n), \quad (13)$$

$$\frac{1}{b} \frac{\partial M_y}{\partial y} - Q_y = -\frac{1}{a} \frac{\partial H^*}{\partial x};$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial y} = -\frac{a^2}{\eta^2} (A_{mn} + B_{mn}) (m \cos mx - \sin m)(\sin ny - y \sin n).$$

საბოლოოდ

$$M_y = M_2 + \frac{a^2}{\eta^2} (A_{mn} + B_{mn}) f_1(n, y)(m \cos mx - \sin m). \quad (14)$$

$$\text{სადაც } f_1(n, y) = \frac{1}{n} (\cos ny - \cos n) + \frac{1}{2} (y^2 - 1) \sin n.$$

ფიქტიური სისტემების T_x , T_y -ის ჩაღუნვები W_x და W_y განისაზღვრებიან ტოლობებიდან

$$\frac{\partial^2 W_x}{\partial x^2} = -\frac{a^2}{D(1-\nu^2)} (M_x - \nu M_y),$$

$$\frac{\partial^2 W_y}{\partial y^2} = -\frac{a^2}{D(1-\nu^2)} \left(\frac{M_x}{\eta^2} - \frac{\nu}{\eta^2} M_x \right).$$

M_x -სა და M_y -ის მნიშვნელობების ჩასმით და ორჯერ გაინტეგრალებით მივიღებთ

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 W_x}{\partial x^2} = & -\frac{a^4}{D(1-\nu^2)} \left\{ M_0 \left(\frac{1}{\eta} \cos \frac{\pi}{2} y - \nu \cos \frac{\pi}{2} x \right) - \right. \\ & \left. - \left[(A_{mn} - B_{mn}) f_1(m, x)(n \cos ny - \sin x) + \right. \right. \\ & \left. \left. + (A_{mn} + B_{mn}) \frac{\nu}{\eta^2} f_1(n, y)(m \cos mx - \sin m) \right] \right\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial W_x}{\partial x} = & -\frac{a^4}{D(1-\nu^2)} \left\{ M_0 \left(\frac{x}{\eta} \cos \frac{\pi}{2} y - \frac{2\nu}{\pi} \sin \frac{\pi}{2} x \right) - \right. \\ & \left. - \left[(A_{mn} - B_{mn}) f_2(m, x)(n \cos ny - \sin x) + \right. \right. \\ & \left. \left. + (A_{mn} + B_{mn}) \frac{\nu}{\eta^2} f_1(n, y)(\sin mx - x \sin m) \right] \right\} + C_3(y). \end{aligned}$$

როცა $x=0$; $\frac{\partial W_x}{\partial x}=0 \Rightarrow C_3(y)=0$ (რადგან $f_2(m,0)=0$)

$$W_x = -\frac{a^4}{D(1-\nu^2)} \left\{ M_0 \left(\frac{x^2}{2\eta} \cos \frac{\pi}{2} y - \frac{4\nu}{\pi^2} \cos \frac{\pi}{2} x \right) - \right. \\ \left. - \left[(A_{mn} - B_{mn}) f_3(m, x) (n \cos ny - \sin n) + \right. \right. \\ \left. \left. + (A_{mn} + B_{mn}) \frac{\nu}{\eta^2} f_1(n, y) f_4(m, x) \right] \right\} + C_4(y).$$

$\frac{\partial W_x}{\partial x}$ და W_x გამოსახულებებში შემავალი ფუნქციებია:

$$f_2(m, x) = \frac{1}{m} \left(\frac{1}{m} \sin mx - x \cos m \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{x^3}{3} - x \right) \sin m, \\ f_3(m, x) = -\frac{1}{m} \left(\frac{1}{m^2} \cos mx - \frac{x^2}{2} \cos m \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{x^4}{12} - \frac{x^2}{2} \right) \sin m, \\ f_4(m, x) = -\frac{1}{m} \cos mx - \frac{x^2}{2} \sin m.$$

$C_4(y)$ საინტეგრო მუდმივის განსაზღვრის მიზნით გამოვიყენოთ ფილაზე მოქმედი დატვირთვის თავისებურება და ჩავთვალოთ რომ როცა $x=y=0$ ფილის ცენტრში $W_x(x, y) \equiv 0$. მივიღებთ:

$$C_4(y) = \frac{a^4}{D(1-\nu^2)} \left\{ M_0 \frac{4\nu}{\pi^2} (A_{mn} - B_{mn}) \frac{1}{m^3} (n - \sin n) + \right. \\ \left. + (A_{mn} + B_{mn}) \frac{1}{m} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n} \cos n - \frac{1}{2} \sin n \right) \right\} \frac{1}{2} \sin n.$$

საბოლოოდ

$$W_x = -\frac{a^4}{D(1-\nu^2)} \left\{ M_0 \left[\frac{x^2}{2\eta} \cos \frac{\pi}{2} y + \frac{4\nu}{\pi^2} \left(\cos \frac{\pi}{2} x - 1 \right) \right] - \right. \\ \left. - (A_{mn} - B_{mn}) \left[f_3(m, x) (n \cos ny - \sin x) + \frac{1}{m^3} (n - \sin n) \right] - \right. \\ \left. - (A_{mn} + B_{mn}) \frac{\nu}{\eta^2} \left[f_1(n, y) f_4(m, x) + \frac{1}{m} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n} \cos n - \frac{1}{2} \sin n \right) \right] \right\}. \quad (15)$$

ანალოგიური მსჯელობით $W_y(x, y)$ ფუნქციისათვის გვექნება:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 W_y}{\partial y^3} &= -\frac{a^4}{D(1-\nu^2)} \left(\frac{1}{\eta^2 M_y} - \frac{\nu}{\eta^2} M_x \right) = \\
&= -\frac{a^2}{D(1-\nu^2)} \left\{ M_0 \left(\frac{1}{\eta^2} \cos \frac{\pi}{2} x - \frac{\nu}{\eta^3} \cos \frac{\pi}{2} y \right) + \right. \\
&\quad + (A_{mn} + B_{mn}) \frac{1}{\eta^4} f_1(n, y) (m \cos mx - \sin m) + \\
&\quad \left. + (A_{mn} + B_{mn}) \frac{\nu}{\eta^2} f_1(m, x) (n \cos nx - \sin n) \right\}, \\
\frac{\partial W_y}{\partial y} &= -\frac{a^4}{D(1-\nu^2)} \left\{ M_0 \left(\frac{1}{h^2} \cos \frac{\pi}{2} x - \frac{2\nu}{\pi h^3} \sin \frac{\pi}{2} y \right) + \right. \\
&\quad + (A_{mn} + B_{mn}) \frac{1}{\eta^4} f_2(n, y) (m \cos mx - \sin m) + \\
&\quad \left. + (A_{mn} - B_{mn}) \frac{1}{\eta^2} f_1(m, x) (\sin ny - y \sin n) \right\} + B_3(x).
\end{aligned}$$

როცა $y = 0$; $\frac{\partial W_y}{\partial y} = 0 \Rightarrow B_3(x) = 0$

საბოლოოდ

$$\begin{aligned}
W_y &= -\frac{a^4}{D(1-\nu^2)} \left\{ M_0 \left[\frac{y}{2\eta^2} \cos \frac{\pi}{2} x - \frac{4\nu}{\pi^2 \eta^3} \left(\cos \frac{\pi}{2} y - 1 \right) \right] + \right. \\
&\quad + (A_{mn} + B_{mn}) \frac{1}{\eta^4} \left[f_3(n, y) (m \cos mx - \sin m) + \frac{1}{n^3} (m - \sin m) \right] + \\
&\quad \left. + (A_{mn} - B_{mn}) \frac{\nu}{\eta^2} \left[f_1(m, x) f_4(n, y) + \frac{1}{n} \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{m} \cos m - \frac{1}{2} \sin m \right) \right] \right\}, \quad (16)
\end{aligned}$$

სადაც ზემოთ მოყვანილ გამოსახულებებში შემავალი ფუნქციებია:

$$\begin{cases}
f_1(n, y) = \frac{1}{n} (\cos ny - \cos n) + \frac{1}{2} (y^2 - 1) \sin n, \\
f_2(n, y) = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n} \sin ny - y \cos n \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{y^3}{3} - y \right) \sin n, \\
f_3(n, y) = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n^2} \cos ny + \frac{y^2}{2} \cos n \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{y^4}{12} - \frac{y^2}{2} \right) \sin n, \\
f_4(n, y) = \frac{1}{n} \cos ny - \frac{y^2}{2} \sin n.
\end{cases}$$

ამრიგად, მოცემული კონკრეტული ამოცანის გადაწყვეტისათვის ზემოთ განსაზღვრული იქნა ყველა საძიებელი გამოსახულება შინაგანი ძალებისათვის Q_x, Q_y, M_x, M_y, H და გადაადგილებებისათვის $W_x, W_y, \frac{\partial W_x}{\partial x}, \frac{\partial W_y}{\partial y}$, რომლებიც შეიცავენ უცნობ სიდიდეებს A_{mn} და B_{mn} მუდმივი კოეფიციენტების სახით. ამ უკანასკნელთა განსაზღვრისათვის გამოიყენება ორი იგიური ტოლობა

$$W_x(x, y) \equiv W_y(x, y), \tag{17}$$

$$\frac{1}{ab} \frac{\partial^2 W_x}{\partial x \partial y} \equiv -\frac{H^*}{D(1-\nu)}.$$

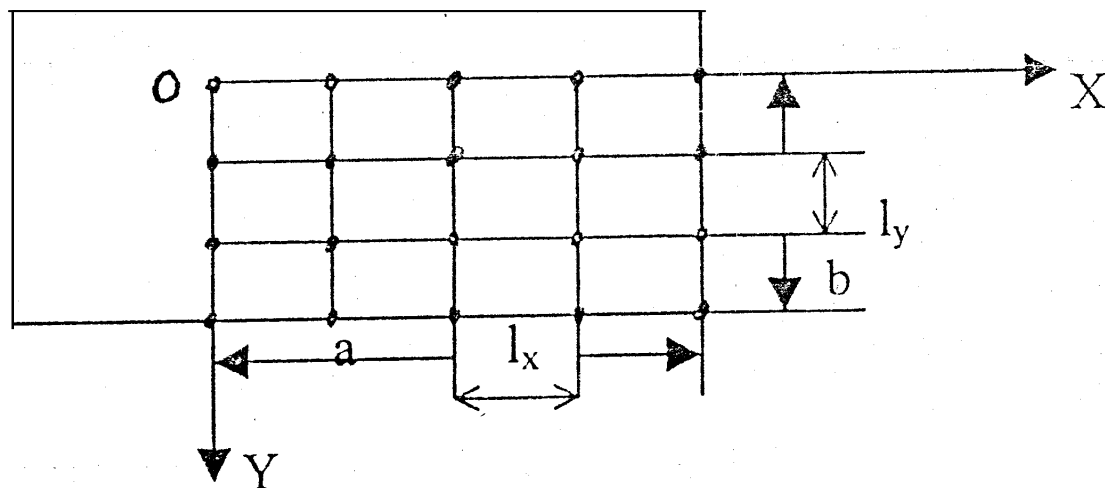
იგიურ ტოლობათა აღნიშნული სისტემის დასაკმაყოფილებლად გამოიყენება კოლოკაციის ხერხი, რომლის თანახმად A_{mn} და B_{mn} საძიებელი მუდმივი სიდიდეების განსაზღვრა დაიყვანება პირველი რიგის ალგებრულ განტოლებათა სისტემაზე, სადაც

$$m = 1, 2, 3, \dots, k; \quad n = 1, 2, 3, \dots, c.$$

ამრიგად მოცემული მეთოდის გამოყენებისას უსასრულო მწკრივების მაგიერ მიიღება სასრული მწკრივები, სადაც სიდიდეების k და c დადგენა ხორციელდება ყოველი კონკრეტული ამოცანის გადაწყვეტაში კრებადობის მიღწევის გზით, რისთვისაც სრულდება შესაბამისი რიცხვითი ექსპერიმენტი თანამედროვე გამოთვლით მანქანაზე კოლოკაციის წერტილების რაოდენობის თანდათანობით x -ისა და y -ის მიმართულებებით ზრდის გზით.

მოცემული ამოცანის გადამწყვეტ ალგებრულ განტოლებათა სისტემა მიიღება (17) იგიური ტოლობათა სისტემიდან მათში W_x, W_y და H^* სიდიდეებისათვის უკვე ცნობილი გამოსახულებების ჩასმის გზით. აღნიშნული გზით მიღებული განტოლებათა სისტემის დაკმაყოფილება ხორციელდება ფილის შუალედი სიბრტყის წინასწარ შერჩეულ დამახასიათებელ წერტილებში, რომლებიც თანაბრად არიან განაწილებულნი განსახილველი ფილის ფარგლებში. აღნიშნული წერტილების დანიშვნისას გაითვალისწინება მოცემული ამოცანის

სიმეტრიულობაც. ჩვენს კონკრეტულ შემთხვევაში ისინი აიღებინა ფილის $\frac{1}{4}$ ნაწილზე (ნახ. 5).



ნახ. 5. კოლოკაციის ხერხი

აღნიშნულის გათვალისწინებით წარმოვადგენთ W_x და W_y გამოსახულებები შემდეგი სახით

$$W_x = -\frac{a^4}{D(1-\nu^2)} \left\{ M_0 \left[\frac{x^2}{2\eta^2} \cos \frac{\pi}{2} y - \frac{4\nu}{\pi^2} \left(\cos \frac{\pi}{2} x - 1 \right) \right] + \right. \\ \left. - (A_{mn} - B_{mn}) f_{mn}^1(x, y) - (A_{mn} + B_{mn}) f_{mn}^2(x, y) \right\},$$

$$W_y = -\frac{a^4}{D(1-\nu^2)} \left\{ M_0 \left[\frac{y^2}{2\eta^2} \cos \frac{\pi}{2} x - \frac{4\nu}{\pi^2 \eta^3} \left(\cos \frac{\pi}{2} y - 1 \right) \right] + \right. \\ \left. + (A_{mn} - B_{mn}) f_{mn}^3(x, y) + (A_{mn} + B_{mn}) f_{mn}^4(x, y) \right\}.$$

სადაც

$$f_{mn}^1(x, y) = f_3(m, x) (n \cos ny - \sin n) + \frac{1}{m^3} (n - \sin n),$$

$$f_{mn}^2(x, y) = \left[f_1(n, y) f_4(m, x) + \frac{1}{m} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n} \cos n - \frac{1}{2} \sin n \right) \right] \frac{\nu}{\eta^2},$$

$$f_{mn}^3(x, y) = \frac{\nu}{\eta^2} \left[f_1(n, y) f_4(n, x) + \frac{1}{n} \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{m} \cos m - \frac{1}{2} \sin m \right) \right],$$

$$f_{mn}^4(x, y) = \frac{\nu}{\eta^4} \left[f_3(n, y)(m \cos mx - \sin m) + \frac{1}{n^3}(m - \sin m) \right].$$

შერწყმის I პირობა მოგვცემს:

$$\begin{aligned} W_x &\equiv W_y, \\ A_{mn} [f_{mn}^1(x, y) + f_{mn}^2(x, y) + f_{mn}^3(x, y) + f_{mn}^4(x, y)] + \\ &+ B_{mn} [f_{mn}^4(x, y) + f_{mn}^3(x, y) - f_{mn}^2(x, y) - f_{mn}^1(x, y)] = \\ &= \left[\frac{x^2}{2\eta} \cos \frac{\pi}{2} y + \frac{4\nu}{\pi^2} \left(\cos \frac{\pi}{2} x - 2 \right) - \frac{y^2}{2\eta^2} \cos \frac{\pi}{2} x + \frac{4\nu}{\pi^2 \eta^3} \left(\cos \frac{\pi}{2} y - 2 \right) \right] M_0, \end{aligned}$$

ანუ

$$\sum_m^k \sum_n^c [\Phi_{mi}''(A) A_{mn} + \Phi_{mi}'(B) B_{mn}] = \Phi'(q) M_0.$$

აქ შემოღებულია აღნიშვნები

$$\Phi_{mn}'(A) = f_{mn}^4(x, y) + f_{mn}^3(x, y) + f_{mn}^2(x, y) + f_{mn}^1(x, y),$$

$$\Phi_{mn}'(B) = f_{mn}^4(x, y) + f_{mn}^3(x, y) - f_{mn}^2(x, y) - f_{mn}^1(x, y),$$

$$\Phi'(q) = \frac{x^2}{2\eta} \cos \frac{\pi}{2} y + \frac{4\nu}{\pi^2} \left(\cos \frac{\pi}{2} y - 2 \right) - \frac{y^2}{2\eta^2} \cos \frac{\pi}{2} x - \frac{4\nu}{\pi^2 \eta^3} \left(\cos \frac{\pi}{2} y - 2 \right),$$

შევაღვივოთ შერწყმის II პირობა:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} = -\frac{a^2}{D(1-\nu^2)} \frac{1+\nu}{\eta} H^*$$

ჩასმის შედეგად მივიღებთ:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} = -\frac{a^2}{D(1-\nu^2)} [-M_0 \cdot \Phi''(q) + A_{mn} \cdot \Phi''(A) + B_{mn} \Phi''(B)]$$

$$\text{გამოვთვალოთ } \frac{\partial^2 W_x}{\partial x \partial y}.$$

(15) ცოლობიდან მივიღებთ

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 W_x}{\partial x \partial y} &= \frac{a^4}{D(1-\nu^2)} \left[M_0 \cdot \frac{\pi x}{2\eta} \sin \frac{\pi}{2} y - (A_{mn} - B_{mn}) d_2(m, x) m^2 \sin ny - \right. \\ &\left. - (A_{mn} + B_{mn}) \frac{\nu}{\eta^2} (\sin mx - x \sin m)(\sin ny - y \sin n) \right]. \end{aligned}$$

რადგან $H = B_{mn} \frac{a^2}{\eta} (\sin mx - x \sin m)(\sin ny - y \sin n)$, ამიტომ შერწყმის

II პირობა მოგვცემს:

$$\begin{aligned} & \frac{\pi x}{2\eta} \sin \frac{\pi}{2} y - (A_{mn} - B_{mn}) f_2(m, x) n^2 \sin ny + (A_{mn} + B_{mn}) \times \\ & \times \frac{\nu}{\eta^2} (\sin mx - x \sin m)(\sin ny - y \sin n) + \\ & + B_{mn} \frac{1+\nu}{\eta^2} (\sin mx - x \sin m)(\sin ny - y \sin n) \end{aligned}$$

ანუ გარკვეული გარდაქმნებისა და აღნიშვნების შემოტანის შედეგად მივიღებთ შერწყმის II პირობის შესაბამის ალგებრულ განტოლებას:

$$\sum_{m=1}^k \sum_{n=1}^c [\Phi''_{mn}(A) A_{mn} + \Phi''_{mn}(B) B_{mn}] = \Phi''(q) M_0,$$

სადაც

$$\Phi''_{mn}(A) = \frac{\nu}{\eta^2} (\sin mx - x \sin m)(\sin ny - y \sin n) + n^2 \sin ny f_2(m, x),$$

$$\Phi''_{mn}(B) = \left[\frac{1}{\eta^2} (\sin mx - x \sin m)(\sin ny - y \sin n) + n^2 \sin ny f_2(m, x) \right],$$

$$\Phi''_{mn}(q) = \frac{\pi x}{2\eta} \sin \frac{\pi}{2} y.$$

ამრიგად, საბოლოოდ მიიღება ფიქტიურ სისტემათა T_x , T_y შერწყმის ორი იგიური ტოლობა, რომელთა დახმარებით შედგენილია ალგებრულ განტოლებათა სისტემა A_{mn} და B_{mn} უცნობი კოეფიციენტების დასადგენად (ცხრილი 1).

ცხრილი 1

ალგებრულ განტოლებათა სისტემა A_{mn} და B_{mn} უცნობი კოეფიციენტებისათვის

A_{mn}	B_{mn}	M_0
$\Phi'_{mn}(A)$	$\Phi'_{mn}(B)$	$\Phi'(q)$
$\Phi''_{mn}(A)$	$\Phi''_{mn}(B)$	$\Phi''(q)$

ცხრილი 1 იძლევა ამოცანის გადამწყვეტ ალგებრულ განტოლებათა სისტემას, საიდანაც განისაზღვრებიან საძიებელი კოეფიციენტები A_{mn} და B_{mn} , ხოლო ამ უკანასკნელთა გათვალისწინებით საძიებელი სიდიდეების ანალიზური გამოსახულებები:

$$P_n^* = M_0 \sum_m \sum_n A_{mn} (m \cos mx - \sin m)(n \sin ny - \sin n),$$

$$H^* = M_0 \frac{a^2}{\eta} \sum_m \sum_n B_{mn} (\sin mx - x \sin m)(\sin ny - y \sin n),$$

$$Q_x = M_0 a \sum_m \sum_n A_{mn} (\sin mx - x \sin m)(n \cos ny - \sin n),$$

$$Q_y = -M_0 \frac{a}{\eta} \sum_m \sum_n A_{mn} (m \cos x - \sin m)(\sin ny - y \sin n),$$

$$M_x = a^2 M_0 \left[\frac{1}{\eta} \cos \frac{\pi}{2} y - \sum_m \sum_n (A_{mn} - B_{mn}) f_1(m, n)(n \cos ny - \sin n) \right],$$

$$M_y = a^2 M_0 \left[\cos \frac{\pi}{2} x - \sum_m \sum_n (A_{mn} + B_{mn}) \frac{1}{\eta^2} f_1(n, y)(m \cos mx - \sin m) \right].$$

$$W_x = -\frac{a^4}{D(1-v^2)} \left\{ M_0 \left[\frac{x^2}{2\eta^2} \cos \frac{\pi}{2} y - \frac{4v}{\pi^2} \left(\cos \frac{\pi}{2} x - 1 \right) \right] - \right.$$

$$\left. - (A_{mn} - B_{mn}) f'_{mn}(x, y) - (A_{mn} + B_{mn}) f''_{mn}(x, y) \right\} = W_y = W.$$

მიღებული მათემატიკური ალგორითმისათვის შედგენილია პროგრამა (იხ. დანართი PROGRAM Gx70), რომლის კომპიუტერზე რეალიზაციის შედეგები მოყვანილია ქვემო მოცემულ ცხრილში.

CXDG 70E		ცხრილი 2				
თავისუფლად დაყრდნობილი ფილა						
x \ y	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
ric1	P			η=1		
-0,5006	-0,4889	-0,4536	-0,3953	-0,3186	-0,2385	0
-0,5114	-0,4996	-0,4641	-0,4051	-0,3247	-0,2258	0
-0,5468	-0,5355	-0,4999	-0,437	-0,3454	-0,229	0
-0,6051	-0,5955	-0,5636	-0,4997	-0,3904	-0,235	0
-0,6778	-0,6727	-0,6521	-0,6079	-0,5033	-0,1549	0
-0,7963	-0,8126	-0,8064	-0,7741	-0,8166	-0,4649	0

ცხრილი 2-ის გაგრძელება

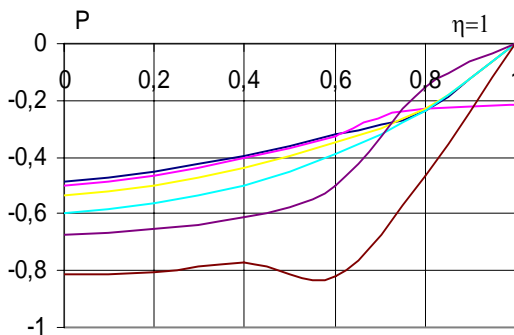
x \ y	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
H η=1						
0	0	0	0	0	0	0
0,2	0	-0,0144	-0,0284	-0,0417	-0,0537	-0,0639
0,4	0	-0,0284	-0,0563	-0,0827	-0,1068	-0,1273
0,6	0	-0,0417	-0,0827	-0,122	-0,1582	-0,1891
0,8	0	-0,0537	-0,1068	-0,1583	-0,2066	-0,2482
1	0	-0,0636	-0,1267	-0,1883	-0,2474	-0,2984

x \ y	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
Qx η=1						
0	0	-0,1007	-0,206	-0,3207	-0,4491	-0,5936
0,2	0	-0,0985	-0,2017	-0,3144	-0,4411	-0,5858
0,4	0	-0,0914	-0,1874	-0,2932	-0,4145	-0,5568
0,6	0	-0,0796	-0,1633	-0,2563	-0,3665	-0,5033
0,8	0	-0,0648	-0,132	-0,2055	-0,2925	-0,4198
1	0	-0,0395	-0,0766	-0,1191	-0,1608	-0,2149

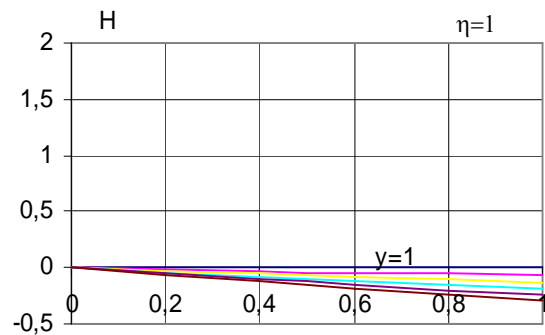
y \ x	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
Qy η=1						
0	0	0	0	0	0	0
0,2	-0,1008	-0,0985	-0,0914	-0,0797	-0,0641	-0,0467
0,4	-0,2062	-0,2015	-0,1873	-0,1635	-0,1308	-0,0915
0,6	-0,3211	-0,3143	-0,2933	-0,2566	-0,2038	-0,1389
0,8	-0,4492	-0,4408	-0,4143	-0,3664	-0,2913	-0,1786
1	-0,595	-0,5873	-0,5582	-0,5036	-0,4182	-0,2232

ცხრილი 2-ის გაგრძელება

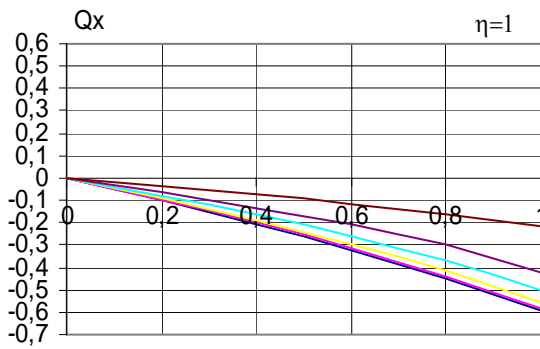
x \ y		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
		0,2	0,4	0,6	0,8	1	
ric2		Mx					η=1
0		0,1031	0,1003	0,0912	0,0739	0,045	0
0,2		0,0989	0,0962	0,0876	0,0712	0,0435	0
0,4		0,0862	0,084	0,0768	0,0628	0,0389	0
0,6		0,0652	0,0636	0,0585	0,0485	0,0308	0
0,8		0,0363	0,0355	0,0328	0,0277	0,0183	0
1		0,0001	-0,0001	0	0	-0,0001	0
x \ y		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
		0,2	0,4	0,6	0,8	1	
		My					η=1
0		0,1032	0,0989	0,0862	0,0652	0,0363	0,0001
0,2		0,1003	0,0962	0,084	0,0636	0,0355	-0,0001
0,4		0,0912	0,0876	0,0768	0,0585	0,0328	0
0,6		0,0739	0,0712	0,0628	0,0485	0,0277	0
0,8		0,045	0,0435	0,0389	0,0308	0,0183	-0,0001
1		0	0	0	0	0	0
x \ y		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
		0,2	0,4	0,6	0,8	1	
		W					η=1
0		0,0318	0,0304	0,0262	0,0193	0,0103	0
0,2		0,0304	0,029	0,025	0,0184	0,0099	0
0,4		0,0262	0,025	0,0215	0,0159	0,0085	0
0,6		0,0193	0,0184	0,0159	0,0118	0,0063	0
0,8		0,0103	0,0099	0,0085	0,0063	0,0034	0
1		0	0	0	0	0	0



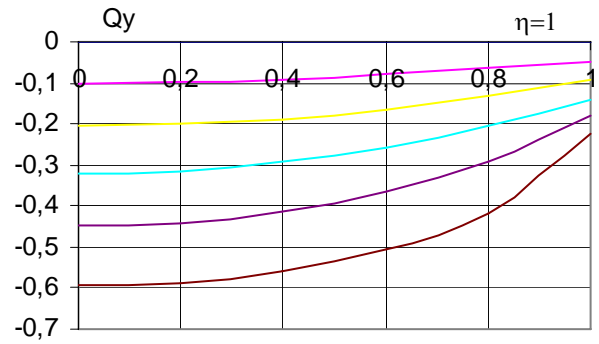
ნახ. 6



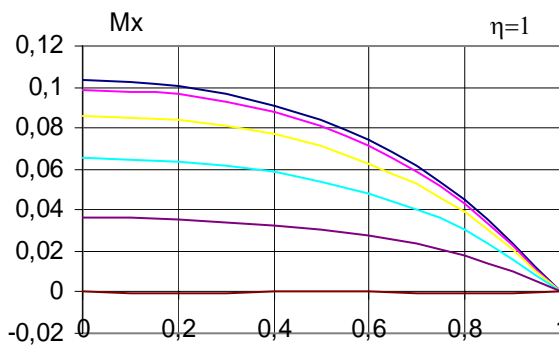
ნახ. 7



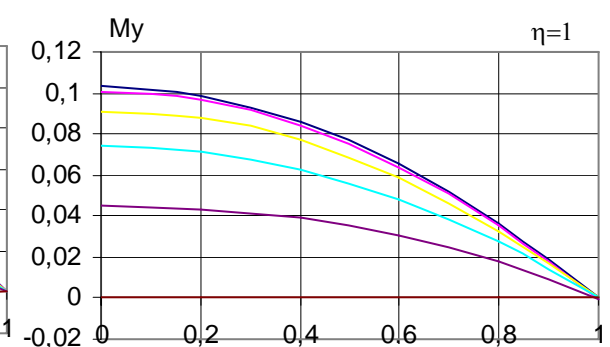
ნახ. 8



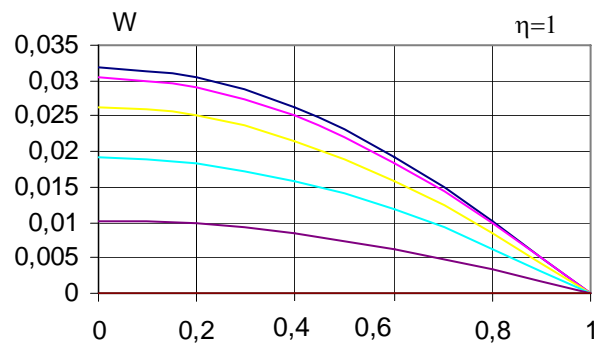
ნახ. 9



ნახ. 10



ნახ. 11



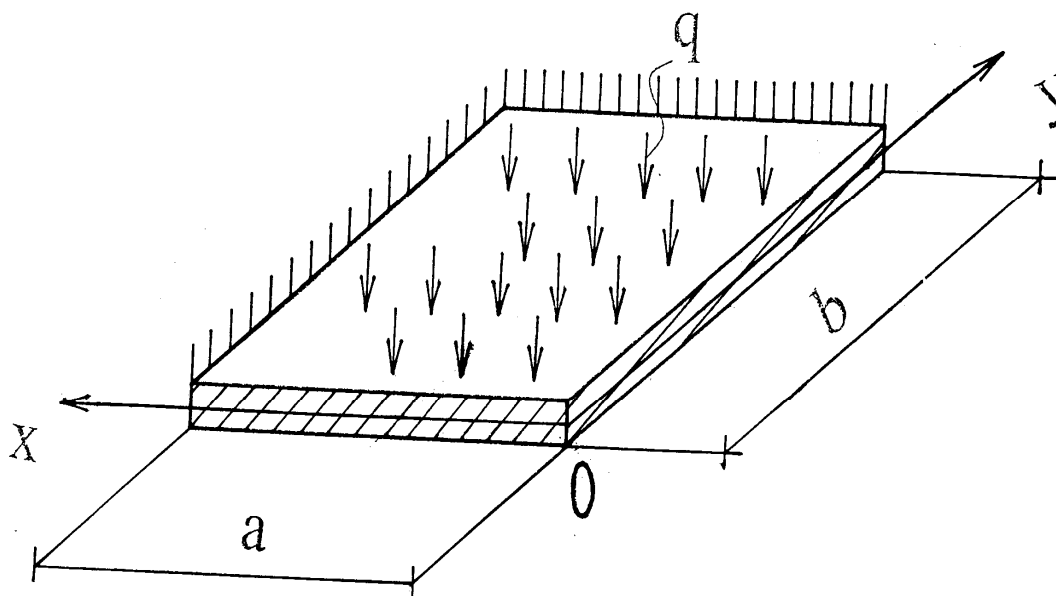
ნახ. 12. თავისუფლად დაყრდნობილი ფილის დიაგრამა

2.1.2.2. ორი მიმდებარე გვერდით ხისტად ჩამაგრებული ფილის ღუნვის ამოცანის გადაწყვეტა სასაზღვრო პირობების ზუსტად დაკმაყოფილების შემთხვევაში

განვიხილოთ თხელი მართკუთხა ფილის ღუნვის ამოცანა. ფილის ორი მოსაზღვრე გვერდი თავისუფალია დანარჩენი ორი კი

ჩამაგრებულია ხისტად (ნახ. 13). ფილა განიცდის განაწილებული დატვირთვის ქმედებას. თუ კოორდინატთა სათავეს მოვათავსებთ თავისუფალი გვერდების გადაკვეთის წერტილში მაშინ სასაზღვრო პირობები ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$\begin{aligned}
 x = 0, \quad M_x = 0, \quad Q_x = 0, \quad H = 0, \\
 x = 1, \quad w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \\
 y = 0, \quad M_y = 0, \quad Q_y = 0, \quad H = 0, \\
 y = 1, \quad w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial y} = 0.
 \end{aligned}
 \tag{18}$$



ნახ. 13. ორი მიმდევარი გვერდით ხისტად ჩამაგრებული ფილა თანაბრად განაწილებული დატვირთვით

აქ x და y უგანზომილებო კოორდინატებია, რომლებიც დაკავშირებულია განზომილებიან \bar{x} და \bar{y} კოორდინატებთან შემდეგნაირად: $x = \bar{x}/a$, $y = \bar{y}/b$, სადაც a და b ფილის ზომებია, h მისი სისქეა, ხოლო $\eta = a/b$.

შეგნიშნოთ, რომ კლასიკური სასაზღვრო პირობების შემთხვევაში ორი პირობა $x = 0$, გვერდის გასწვრივ $Q_x = 0$ და $H = 0$,

წარმოდგენილია ერთით პირობითად $Q_x - \frac{\partial H}{b \partial y} = 0$, ხოლო $y = 0$, გვერდის

გასწვრივ $Q_x - \frac{\partial H}{a \partial x} = 0$. ძნელი არაა იმის დანახვა, რომ თუ H ნულია $x = 0$

გვერდის გასწვრივ, მაშინ ნულის ტოლი იქნება იგივე გვერდის გასწვრივ $\frac{\partial H}{b\partial y}$ -იც და მაშასადამე Q_x -იც. რითაც შესრულებული იქნება რეალურისასაზღვრო პირობები $x=0$, გვერდის გასწვრივ. იგივე მდგომარეობაა $y = 0$ გვერდის გასწვრივაც. ასე, რომ ამოცანის გადაწყვეტისას ჩვენ შეიძლება ვისარგებლოთ კლასიკური პირობებით: $Q_x - \frac{\partial H}{b\partial y} = 0$ და $Q_x - \frac{\partial H}{a\partial x} = 0$. გამოვიყენოთ დასმული ამოცანის გადაწყვეტისას ი.ღუდუშაურის მეთოდი. საინტერპოლაციო კონკრეტული ფუნქციების შერჩევისას თუ H -ს ავიღებთ ისეთს, რომ $x=0$, და $y=0$, გვერდების გასწვრივ იქნება ნულის ტოლი, მაშინ მივიღებთ რეალურ სამ სასაზღვრო პირობას.

აქვე საჭიროა აღინიშნოს ის გარემოებაც, რომ კლასიკური მეთოდებით ფილის ღუნვის ამოცანის ამოხსნა, როცა ერთი გვერდი მაინც თავისუფალია, მოითხოვს სხვადასხვა ამონახსნთა კომბინაციის აგებას. მაგ. სამი გვერდით ხისტად ჩამაგრებული და ერთი გვერდით თავისუფალი ფილის შემთხვევაში ამონახსნი წარმოდგენილია სამი ამონახსნის ჯამის სახით, რომელთაგან თითოეული ცალცალკე აკმაყოფილებს გარკვეულ სასაზღვრო პირობებს. რაც შეეხება ორი მოსაზღვრე თავისუფალი გვერდის შემთხვევას ის საერთოდ არ არის მოყვანილი ლიტერატურაში. რაც შეეხება ანგარიშში გამოყენებულ მეთოდს [16], იგი ერთნაირი მიდგომით წარმატებით ხსნის ნებისმიერ სასაზღვრო პირობების შემთხვევას. ამ მეთოდის შესაბამისად ფილის ფიქტიური სისტემების წონასწორობის განტოლებებს აქვს შემდეგი სახე:

T_x ფიქტიური სისტემისათვის:

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{q}{2} - P_n &= 0, \\ \frac{1}{a} \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{1}{b} \frac{\partial H}{\partial y} &= Q_x. \end{aligned} \tag{20}$$

T_y ფიქტიური სისტემისათვის:

$$\begin{aligned} \frac{1}{b} \frac{\partial Q_y}{\partial y} + \frac{q}{2} + P_n &= 0, \\ \frac{1}{b} \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{1}{b} \frac{\partial H}{\partial x} &= Q_y. \end{aligned} \tag{21}$$

სადაც P_n ფიქტიურ სისტემებს შორის ურთიერთქმედების ძალებია; Q_x და Q_y – განივი ძალებია; M_x და M_y მღუნავი მომენტებია, ხოლო H მგრეხი მომენტი.

როგორც ვხედავთ განაწილებული დატვირთვა თანაბრადაა გადანაწილებული ფიქტიურ სისტემებს შორის, რამაც ხელი უნდა შეუწყოს ამონახსნების მიღებას რიცხვითი რეალიზაციის დროს.

მეთოდის შესაბამისად ფიქტიურ სისტემათა ურთიერთმოქმედების ძალები და მგრეხი მომენტი წარმოვადგინოთ უცნობი კოეფიციენტების მქონე საინტერპოლაციო ფუნქციების ჯამის სახით:

$$P_n = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_{mn} \varphi_1(x) \varphi_2(y) = A_{mn} \varphi_1(x) \varphi_2(y) \quad (22)$$

$$H = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \bar{B}_{mn} \frac{a^2}{\eta} \varphi_3(x) \varphi_2(y) = B_{mn} \frac{a^2}{\eta} \varphi_3(x) \varphi_2(y), \quad (23)$$

სადაც A_{mn} და B_{mn} აღნიშნავენ შესაბამისად გამოსახულებებს $\sum_m \sum_n A_{mn} = A_{mn}$, $\sum_m \sum_n B_{mn} = A_{mn}$, ხოლო $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(y)$, $\varphi_3(x)$ და $\varphi_4(y)$ x -სა და y -ის მიმართ არა ტრიგონომეტრიული, არამედ ჩვეულებრივი ალგებრული ფუნქციებია,

(22) და (23)-ის გათვალისწინებით (20) და (21) წონასწორობის განტოლებებიდან იმის გათვალისწინებით, რომ $q(x, y) = q = const$, გვექნება:

$$Q_x = -\frac{qax}{2} + a\bar{A}_{mn} \bar{\varphi}_1(x) \varphi_2(y) + C_1(y),$$

სადაც $\bar{\varphi}_1(x)$ აღნიშნავს ინტეგრალს $\varphi_1(x)$ ფუნქციიდან.

დავაკმაყოფილოთ პირობა $x=0$ $Q_x - \frac{\partial H}{\partial y} = 0$ მივიღებთ:

$$Q_x = -\frac{qax}{2} + A_{mn} a \varphi_{10}(x) \varphi_1(y) = a B_{mn} \varphi_3(0) \varphi_4'(y), \quad (24)$$

სადაც

$$\varphi_{10}(x) = \varphi_1(x) - \bar{\varphi}_1(0).$$

(21) და (22) შევიტანოთ (20)-ის განტოლებაში და გავაინტეგროთ x -ით, გვექნება

$$M_x = -\frac{qa^2x^2}{4} + \bar{A}_{mn}a^2[\varphi_1(x) - x\bar{\varphi}_1(0)]\varphi_2(y) + a^2\bar{B}_{mn}[x\varphi_3(0) + \bar{\varphi}_3(x)]\varphi_4'(y) + C_2(y),$$

სასაზღვრო პირობა $x=0$ $M_x=0$ მოგვცემს:

$$M_x = -\frac{qa^2x^2}{4} + \bar{A}_{mn}a^2f_1(x)\varphi_2(y) + a^2\bar{B}_{mn}f_2(x)\varphi_4'(y), \quad (25)$$

სადაც

$$f_1(x) = \bar{\varphi}_1(x) - \bar{\varphi}_1(0) - x\bar{\varphi}_1(0)$$

$$f_2(x) = \bar{\varphi}_3(x) - \bar{\varphi}_3(0) - x\varphi_3(0).$$

გაგაინტეგრირებთ ესტა განტოლებათა სისტემა T_y ფიქტიური სისტემისათვის. (21) სისტემის პირველი განტოლების ინტეგრება სასაზღვრო პირობების გათვალისწინებით მოგვცემს:

$$Q_y = -\frac{qby}{2} - \bar{A}_{mn}b\varphi_{20}(y)\varphi_1(x) + \frac{a}{\eta}\bar{B}_{mn}\varphi_3'(x)\varphi_4(0), \quad (26)$$

სადაც $\varphi_{20}(y) = \bar{\varphi}_2(y) - \bar{\varphi}_2(0)$

ანალოგიურად (21)-ის მეორე განტოლებიდან $y = 0$ $M_y = 0$ პირობის გათვალისწინებით მივიღებთ:

$$M_y = -\frac{qa^2y^2}{4\eta^2} - \bar{A}_{mn}\frac{a^2}{\eta^2}f_3(y)\varphi_1(x) + \bar{B}_{mn}\frac{a^2}{\eta^2}\varphi_3'(x)\varphi_4(y), \quad (27)$$

სადაც

$$f_3(y) = \bar{\varphi}_2(y) - \bar{\varphi}_2(0) - y\bar{\varphi}_2(0),$$

$$f_4(y) = \bar{\varphi}_4(y) - \bar{\varphi}_4(0) - y\varphi_4(0).$$

განვსაზღვროთ ესტა ჩაღუნვები T_x ფიქტიურ სისტემისათვის იგი აღვნიშნოთ W_1 -ით, T_y სისტემისათვის კი W_2 -ით. მაშინ ჰუკის კანონის საფუძველზე შეგვიძლია დავწეროთ [9]:

$$\frac{\partial^2 W_1}{\partial x^2} = -\frac{a^2}{D(1-\nu^2)}(M_x - \nu M_y), \quad (28)$$

$$\frac{\partial^2 W_2}{\partial y^2} = -\frac{b^2}{D(1-\nu^2)}(M_y - \nu M_x), \quad (29)$$

სადაც $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ ცილინდრული სისხსტვა, E იუნგის მოდულია, ν კი პუასონის კოეფიციენტი.

(28)-ში შვეიტანოთ M_x და M_y --ს გამოსახულებანი (25) და (27)-ის მიხედვით და გავაინტეგრიროთ x -ით. გვექნება:

$$\frac{\partial W_1}{\partial x} = -\frac{a^4}{D(1-\nu^2)} \left\{ \bar{A}_{mn} \left[\bar{f}_1(x)\varphi_2(y) + \frac{\nu}{\eta^2} f_3(y)\bar{\varphi}_1(x) \right] + \bar{B}_{mn} \left[\bar{f}_2(x)\bar{\varphi}_4(y) - \frac{\nu}{\eta^2} \varphi_3(x)f_4(y) \right] - \frac{q}{4} \left(\frac{x^2}{3} - \frac{\nu y^2}{\eta^2} x \right) \right\} + C_5(y).$$

სისტ ჩამავრებაში ($x=1$) მობრუნების კუთხის ნულთან ტოლობის პირობა $\left(\frac{\partial W_1}{\partial x} = 0 \right)$ მოგვცემს:

$$\frac{\partial W_1}{\partial x} = -\frac{a^4}{D(1-\nu^2)} \left\{ \bar{A}_{mn} \left[f_{011x}\varphi_2(y) + \frac{\nu}{\eta^2} f_3(y)F_{i011x}(x) \right] + \bar{B}_{mn} \left[f_{021x}(x)\varphi_4'(y) - \frac{\nu}{\eta^2} \varphi_{03x}f_4(y) \right] - \frac{q}{4} \left(\frac{x^3-1}{3} - \frac{\nu y^2}{\eta^2}(x-1) \right) \right\}$$

სადაც

$$f_{011x} = f_1(x) - f_1(1)$$

$$F_{011x} = \varphi_1(x) - \varphi_1(1)$$

$$f_{021x} = f_2(x) - f_2(1)$$

$$\varphi_{03x} = \varphi_3(x) - \varphi_3(1).$$

კიდევ ერთხელ გაინტეგრება და $x=0$ $W_1=0$ პირობის დაკმაყოფილებით მივიღებთ:

$$W_1 = -\frac{a^4}{D(1-\nu^2)} \left\{ \bar{A}_{mn} \left[f_5(x)\varphi_2(y) + \frac{\nu}{\eta^2} f_3(y)f_6(x) \right] + \bar{B}_{mn} \left[f_7(x)\varphi_4'(y) - \frac{\nu}{\eta^2} f_8(x)f_4(y) \right] - \frac{q}{4} \left(\frac{x^4-4x+3}{12} - \frac{\nu y^2}{\eta^2} \frac{(x-1)^2}{2} \right) \right\} \quad (30)$$

სადაც

$$f_5(x) = \bar{\bar{f}}_1(x) - \bar{\bar{f}}_1(1) - (x-1)\bar{f}_1(1),$$

$$f_6(x) = \bar{\bar{\varphi}}_1(x) - \bar{\bar{\varphi}}_1(1) - (x-1)\bar{\varphi}_1(1),$$

$$f_7(x) = \bar{\bar{f}}_2(x) - \bar{\bar{f}}_2(1) - (x-1)\bar{f}_2(1),$$

$$f_8(x) = \bar{\bar{\varphi}}_1(x) - \bar{\bar{\varphi}}_3(1) - (x-1)\varphi_3(1).$$

ანალოგიურად (29) განტოლების ინტეგრირებისა და სასაზღვრო პირობების $x=0$ $\frac{\partial W_2}{\partial y} = 0$ და $W_2 = 0$ დაკმაყოფილებით გვექნება

$$\begin{aligned} \frac{\partial W_2}{\partial y} = & -\frac{a^4}{D(1-\nu^2)\eta^2} \left\{ -\bar{A}_{mn} [f_{031y}\varphi_1(x) + \nu f_1(x)F_{i021y}] + \right. \\ & \left. + \bar{B}_{mn} \left[\frac{1}{\eta^2} \varphi'_3(x) f_{041y} - \nu f_2 F_{i04y} \right] - \frac{q}{4} \left(\frac{y^3-1}{3\eta^2} - \nu x^2(y-1) \right) \right\}, \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} W_2 = & -\frac{a^4}{D(1-\nu^2)\eta^2} \left\{ -\bar{A}_{mn} \left[\frac{1}{\eta^2} f_9(y)\varphi_1(x) + \nu f_1(x)f_{10}(y) \right] + \right. \\ & \left. + \bar{B}_{mn} \left[\frac{1}{\eta^2} \varphi'_3(x)f_{11}(y) - \nu f_2(x)f_{12}(y) \right] - \frac{q}{4} \left(\frac{y^3-4y+3}{12\eta^2} - \nu x^2 \frac{\nu x^2(y-1)^2}{2} \right) \right\}, \end{aligned}$$

სადაც

$$g_{031y} = \bar{f}_3(y) - \bar{f}_3(1),$$

$$F_{i021y} = \bar{\varphi}_2(y) - \bar{\varphi}_2(1),$$

$$f_{041y} = \bar{f}_4(y) - \bar{f}_4(1),$$

$$F_{i04y} = \varphi_4(y) - \varphi_4(1),$$

$$f_9(y) = \bar{\bar{f}}_3(y) - \bar{\bar{f}}_3(1) - (y-1)\bar{f}_3(1),$$

$$f_{10}(y) = \bar{\bar{\varphi}}_2(y) - \bar{\bar{\varphi}}_2(1) - (y-1)\varphi_2(1),$$

$$f_{11}(y) = \bar{\bar{f}}_4(y) - \bar{\bar{f}}_4(1) - (y-1)\bar{f}_4(1),$$

$$f_{12}(y) = \bar{\varphi}_4(y) - \bar{\varphi}_4(1) - (y-1)\varphi_4(1).$$

ამგვარად, A_{mn} და B_{mn} მუდმივების სიზუსტით, განსაზღვრულია როგორც ძალები და მომენტები, ასევე გადაადგილებებიც. ამავე დროს

სასაზღვრო პირობებთან ერთად დაკმაყოფილებულია ყველა სტატიკური, ფიზიკური და გეომეტრიული დამოკიდებულება გარდა ერთისა:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial y} = -\frac{ab}{D(1-\nu)} H. \quad (32)$$

ამასთანავე ცხადია, რომ ორივე ფიქტიური სისტემისათვის მიღებული გადაადგილებები W_1 და W_2 უნდა იყვნენ იგივერად ტოლი: $W_1 \equiv W_2$.

(31) და (32) დამოკიდებულებები გამოვიყენოთ A_{mn} და B_{mn} მუდმივების განსაზღვრისათვის. (30) და (31) საფუძველზე (32) მოგვცემს:

$$\begin{aligned} & \bar{A}_{mn} \left[f_5(x)\varphi_2(y) + \frac{\nu}{\eta^2} f_3(y)f_6(x) + \frac{1}{\eta^4} f_9(y)\varphi_1(x) + \nu \frac{f_1(x)}{\eta^2} f_{10}(y) \right] + \\ & + \bar{B}_{mn} \left[f_7(x)\varphi_2'(y) + \frac{\nu}{\eta^2} f_8(x)f_6(y) - \frac{1}{\eta^4} \varphi_3''(x)f_{11}(y) + \nu \frac{f_2(x)}{\eta^2} f_{12}(y) \right] + \\ & + \frac{q}{4} \left[\frac{x^4 - 4x + 3}{12} - \frac{\nu y^2 (x-1)^2}{\eta^2} - \frac{y^4 - 4y + 3}{12\eta^4} + \frac{\nu x^2 (y-1)^2}{2\eta^2} \right] = 0. \end{aligned} \quad (33)$$

რაც შეესება (31)-ს მასში (29) და (23) გათვალისწინებით მივიღებთ:

$$\begin{aligned} & \bar{A}_{mn} \left[f_5'(x)\varphi_2'(y) + \frac{\nu}{\eta^2} f_3'(y)f_6'(x) \right] + \\ & \bar{B}_{mn} \left[f_7'(x)\varphi_4''(y) - \frac{\nu}{\eta^2} f_8'(x)f_4'(y) - \frac{1+\nu}{\eta^2} \varphi_3(x)\varphi_2(y) \right] - q \frac{\nu y(x-1)}{2\eta^2} = 0. \end{aligned} \quad (34)$$

შეგნიშნოთ, რომ (31)-ის და (32)-ის დაკმაყოფილება შესაძლებელია სხვა გზითაც, რაც შეიძლება ხელსაყრელი აღმოჩნდეს ზოგიერთი კონკრეტული ამოცანის ამოხსნის დროს. ეს გზა მდგომარეობს შემდეგში: (32) განვიხილოთ როგორც დიფერენციალური განტოლება და გავაინტეგრროთ იგი ჯერ x -ით და მერე y -ით (ან პირიქით). მივიღებთ W -ს გამოსახულებას, რომელიც იგივერად ტოლი უნდა იყოს როგორც W_1 -ის, ასევე W_2 -ის. მაშინ იგივერი ტოლობები ჩაიწერება უკვე შემდეგნაირად:

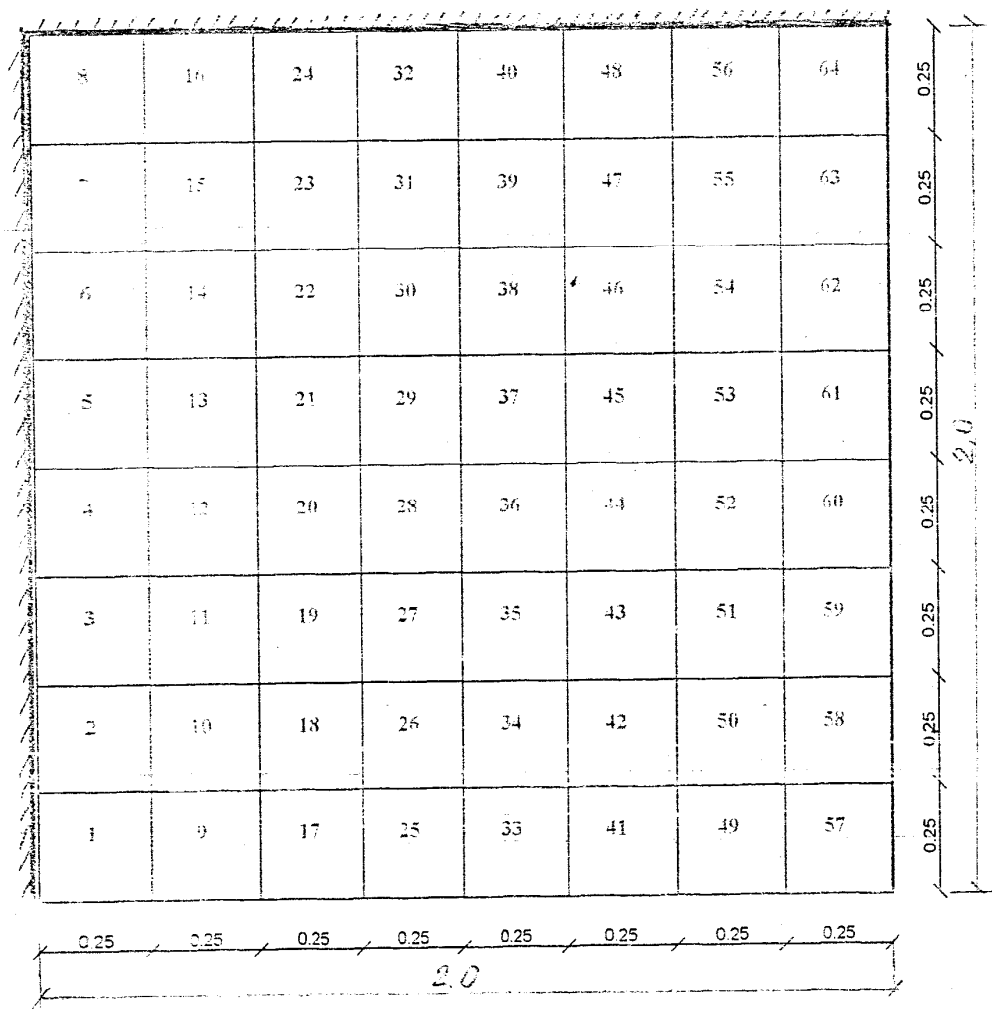
$$W_1 \equiv W \quad \text{და} \quad W_1 \equiv W. \quad (2.52)$$

(32)-ის y -ით გაინტეგრებითა და $y=1$ $\frac{\partial W}{\partial x} = 0$ პირობის დაკმაყოფილებით, რაც ფაქტიურად $y=0$ გვერდის გასწვრივ W -ს ნულთან ტოლობის ტოლფასია. მივიღებთ:

$$\frac{\partial W}{\partial x} = -\frac{a^4}{D(1-\nu)\eta^2} \bar{B}_{mn} \varphi_3(x) [\bar{\varphi}_4(y) - \bar{\varphi}_4(1)].$$

კონკრეტული ამოცანა ამოხსნილია როგორც ანალიზურად, ასევე რიცხვითი გზით, პროგრამული კომპლექსის „ლირა-ვინდოუსის“ გამოყენებით.

ნახ. 14 და ნახ. 15 მოცემულია ელემენტებისა და კვანძების ნუმერაცია.



ნახ. 14. ელემენტების ნუმერაცია

ნახ. 16-ზე ნახვენებია ჩაღუნვები და მობრუნებების კუთხეები, ნახ. 17-ზე მღუნავი და მგრეხი მომენტები და განივი ძალები. რიცხვითი

მნიშვნელობები მიღებულია კვადრატული ფილისათვის, რომლის გვერდის სიგრძე 2 მ-ია, ხისქე კი 0,1 მ ფილის მასალის იუნგის მოდული ტოლია $E = 2.7 \cdot 10^6$ ტ/მ², ხოლო პუასონის კოეფიციენტი $\nu=0,2$.

განმარტვის შემოღობა

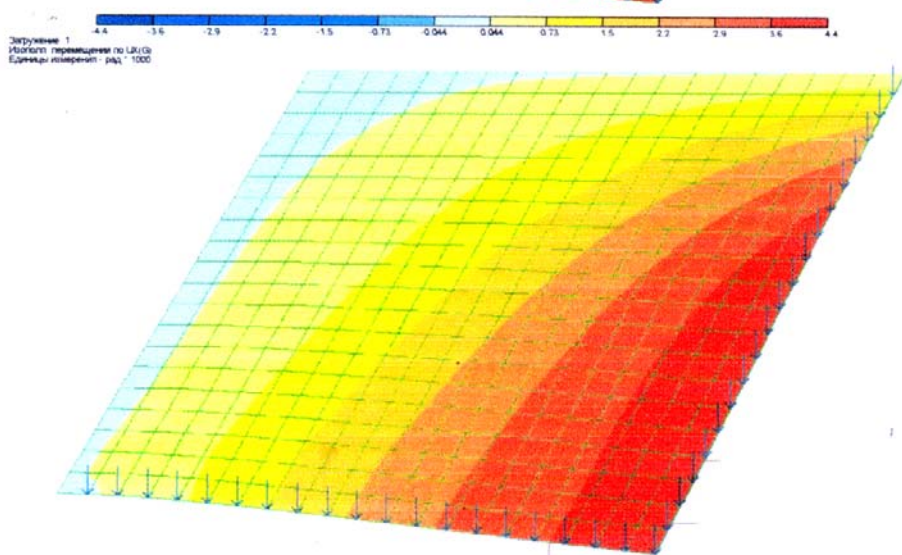
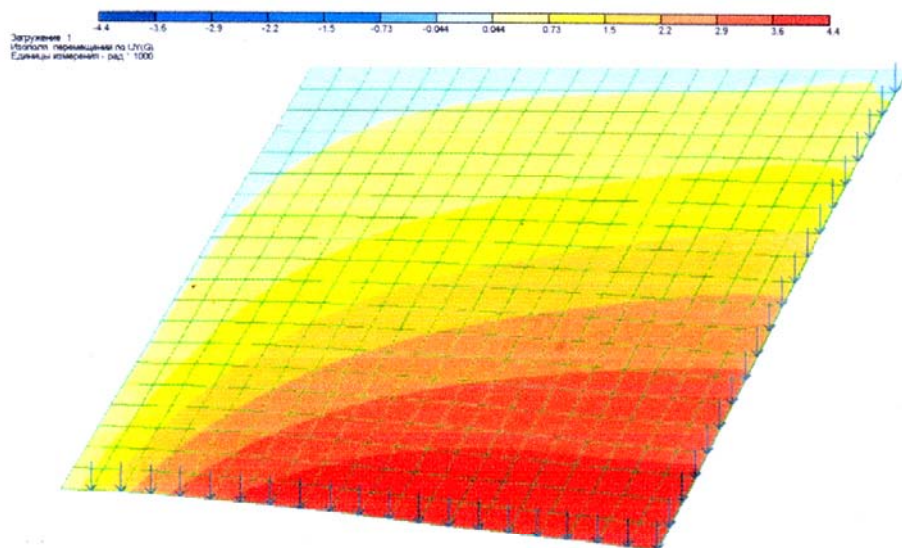
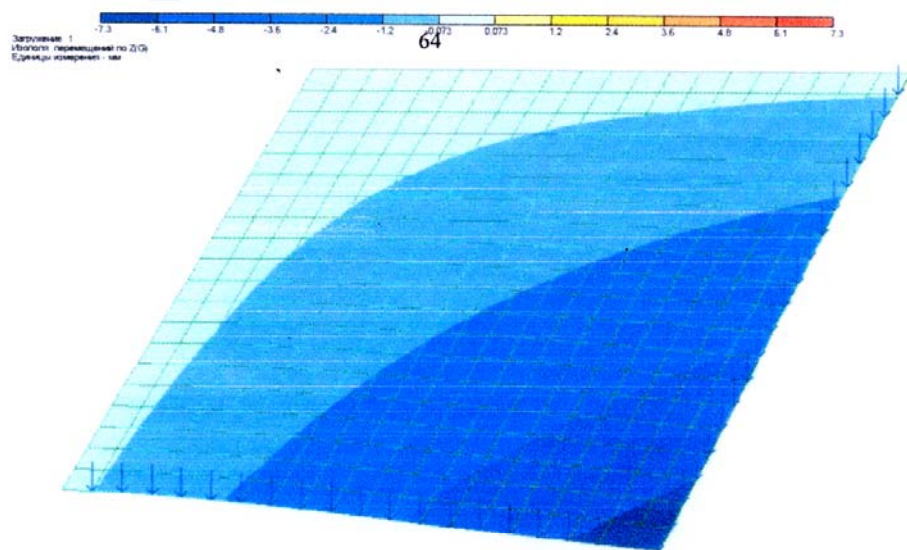
127	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141
400	401	402	403	404	405	406	407	408	409	410	411	412	413	414	415	416	417	418	419	420
379	380	381	382	383	384	385	386	387	388	389	390	391	392	393	394	395	396	397	398	399
358	359	360	361	362	363	364	365	366	367	368	369	370	371	372	373	374	375	376	377	378
337	338	339	340	341	342	343	344	345	346	347	348	349	350	351	352	353	354	355	356	357
316	317	318	319	320	321	322	323	324	325	326	327	328	329	330	331	332	333	334	335	336
295	296	297	298	299	300	301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315
274	275	276	277	278	279	280	281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294
253	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273
232	233	234	235	236	237	238	239	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252
211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	231
190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209	210
169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189
148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168
127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147
106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126
85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84
43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21

განმარტვის შემოღობა

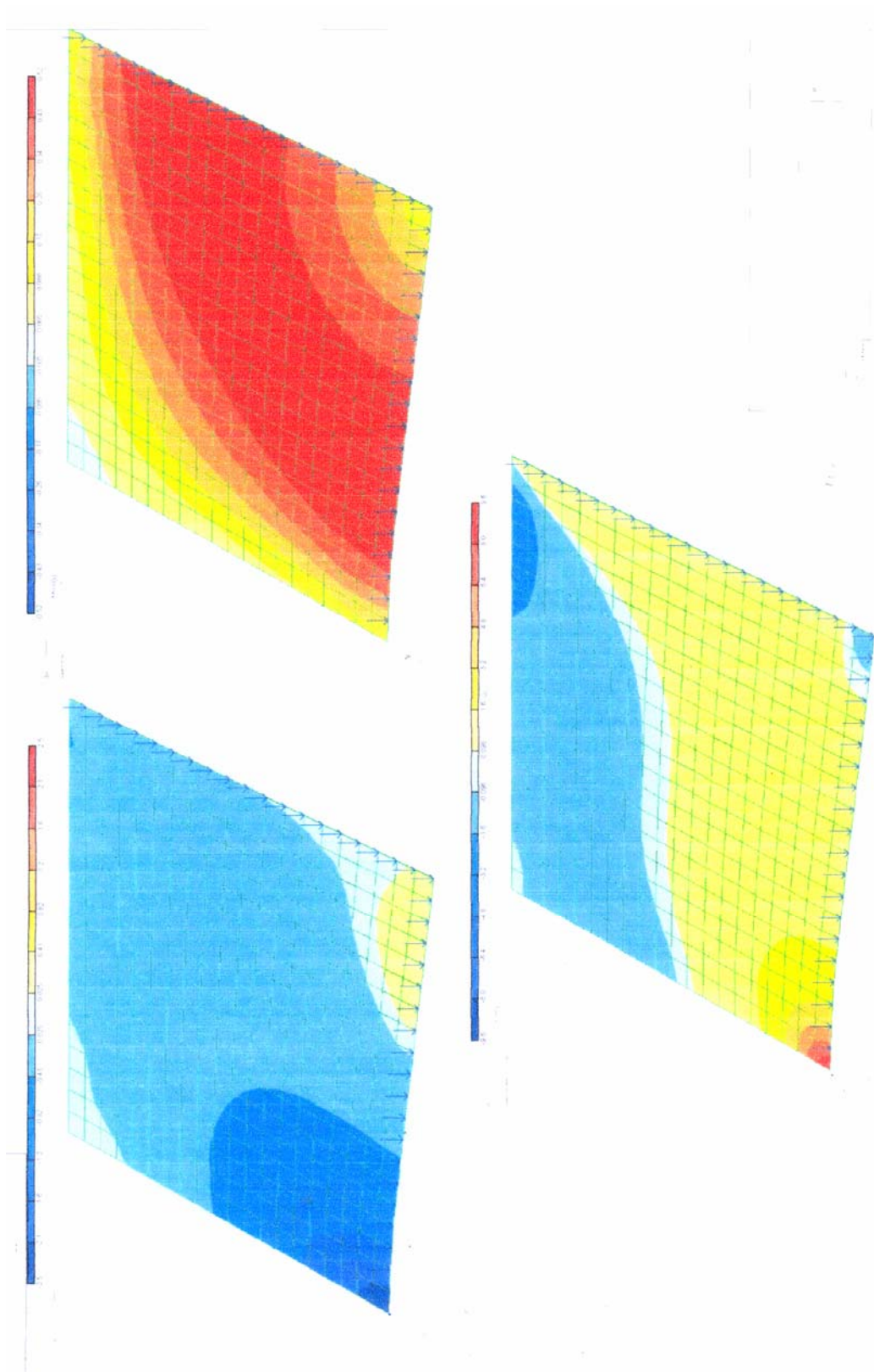
20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
200	201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219
180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199
160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179
140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159
120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139
100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Загрузка 1

ნახ. 15. მომდებარე გვერდით ხისტად ჩამაგრებული ფილა



ნახ. 16. W , V და U გადაადგილებების ეპიურა

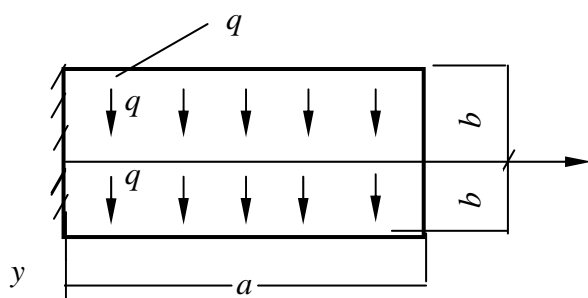


ნახ. 17. M_x , M_y მდუღევი მომენტის და განივი Q_x ძალის ეპიურები

მათი შედარება ზემოთ მიღებული შედეგებთან საშუალებას გვაძლევს დავასკვნათ, რომ ისინი პრაქტიკულად არ განსხვავდებიან კლასიკური სასაზღვრო პირობებით მიღებულ შედეგებთან, რაც ჩატარებული გამოკვლევის საიმედოობაზე მიუთითებს. იგივეზე მიუთითებს ის ფაქტიც, რომ ზემოთ მიღებულ შედეგებში ფიქტიური სისტემების ურთიერთქმედების ძალები ხისტად ჩამაგრებულ გვერდების გადაკვეთის წერტილიდან გამომავალ დიაგონალის გასწვრივ გამოვიდა ნულის ტოლი. რაც ფიზიკურ მოსაზრებებით მოსალოდნელიც იყო.

2.1.2.3. კონსოლური ფილის ღუნვა თანაბრად განაწილებული დატვირთვის შემთხვევაში

ufydb[bkjs utuvfib cojhres[tlbc ajhvbc s[tkb abkf
~yf[& 18`&



a lf b abkbc pjvt,bf^ [jkj
 \bar{x}, \bar{y} ltrfhntc rjjhlbyfnt,b&

yf[& 18& rjycjkehb abkf sfyf,hfl
ufyfobkt,ekb

b& qeleifehbc stjhbcb vb[tldbs vjwvtekb abkbc
uffyufhbit,f lfb.dfyt,f jhb abmnbehb cbcntvbc $T_x^{\wedge} T_y$
uffyufhbit,bc cfrbs[pt^ cflfw abkbc ojyfcojhj,bc
ufynjkt,t,b xfbotht,f itvltub cf[bs%

_ T_x abmnbehb cbcntvbcfsdbc%

$$\frac{\partial Q_x}{\partial \bar{x}} = -q - P_n^x \wedge$$

~36`

$$\frac{\partial M_x}{\partial \bar{x}} - Q_x = -\frac{\partial H^*}{\partial \bar{y}} \quad \&$$

~37`

– T_y abmnbehb cbcntvbcfsdbc%

$$\frac{\partial Q_y}{\partial \bar{y}} = -q + P_n^x \quad \wedge$$

~38`

$$\frac{\partial M_y}{\partial \bar{y}} - Q_y = -\frac{\partial H^*}{\partial \bar{x}} \quad \wedge$$

~39`

cflfw $Q_x \wedge Q_y$ ufybdb `fkt,bf^ $M_x \wedge M_y$ vqeyfdb vjvtynt,b^ H^* vuht[b vjvtynb^ P_n^* htfmwbekb yjhvfkehb lfndbhdsf^ hjvtkbw ufyfobkt,ekbf abkbc iefktl ptlfgbhpt& T_x lf T_y -abmnbehb cbcntvt,bc xfqeydt,b W_x lf W_y ufybcfpqdh,t,bfy /erbc ufyypjuflt,ekb rfyjyblfy itvltub ajhvekt,bc lf[vfht,bs

$$\frac{\partial^2 W_x}{\partial \bar{x}^2} = -D(M_x - vM_y) \quad \&$$

~40`

$$\frac{\partial^2 W_y}{\partial \bar{y}^2} = -D(M_y - vM_x) \quad \&$$

~41`

ufvjsdkt,bc ufvfhnbd,t,bc vbpybs itvjdbqjs $x \wedge y \wedge \eta$ eufypjvbkt,j cblbltt,b itvltub njkj,t,bc vb[tldbs%

$$x = \frac{\bar{x}}{a}, \quad y = \frac{\bar{y}}{b}; \quad \frac{a}{b} = \eta \quad \wedge$$

~42`

dbyfblfy x qth'b ofhvjlutyc ~yf[& 11` cbvtnhbcb qth'c cfcfpqdhj lf cfo.bc gbhj,t,c tmyt,fs cf[t%

hjewf $x=0^*$ $W_x = 0, \quad \frac{\partial W_x}{\partial x} = 0$

hjewf $x=1^*$ $Q_x = 0, \quad M_x = 0, \quad H^* = 0$

$$\text{h j w f } y=0^* \quad Q_y = 0; \quad H^* = 0$$

$$\text{h j w f } y=\pm 1^* \quad Q_y = 0, \quad M_y = 0, \quad H^* = 0$$

v j w t v e k \quad f v j w f y f i b \quad e h s b t h s m v t l t, b c \quad ' f k d t, c

o f h v j f l u t y c \quad a b m n b e h b \quad c b c n t v t, b c \quad T_x^{\wedge} \quad T_y \quad i e f k t l f \quad p t l f g b h p t

v j m v t l b \quad h t f m w b e k b \quad y j h v f k e h b \quad ' f k d f \quad P_n^* = P_n^*(x, y) \quad l f \quad a b k b c

i b y f u f y b \quad v u h t [b \quad v j v t y n b \quad H^*^{\wedge} \quad h j v t k b w \quad b \& \quad q e l e i f e h b c

s t j h b b c \quad v b [t l d b s \quad o f h v j b l u b y t \quad e c f c h e k j \quad v o r h b d t, b c \quad c f [b s \&

~43` \quad c f c f p q d h j \quad l f \quad c f o. b c b \quad g b h j, t, b c \quad u f s d f k b c o b y t, b s

v j w t v e k b \quad f v j w f y b c f s d b c \quad t c \quad v o r h b d t, b \quad i t b ' k t, f

o f h v j d f l u b y j s \quad i t v l t u b \quad c f [b s \%

$$P_n^* = \sum_m \sum_n A_{mn} m \sin mx (n \cos ny - \sin n) \quad \sim 44`$$

$$H^* = \frac{a^2}{\eta} \sum_m \sum_n (\cos mx - \cos m) (\sin ny - y \sin n)$$

c f l f w \quad A_{mn} \quad l f \quad B_{mn} \quad e w y j, b \quad r j t a b w b t y n t, b f \quad l f \quad v f s

u f y c f c f p q d h f d f l \quad u f v j b. t y t, f \quad j h b \quad b u b e h b \quad n j k j, t, b c f u f y

i t l u t y b k b \quad i t v l t u b \quad t h s j, k b d b \quad c b c n t v f

$$W_x = W_y^{\wedge} \quad (45)$$

$$\frac{1}{ab} \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} = - \frac{(1+\nu) H^*}{D} \&$$

~45` \quad c b c n t v b c \quad l f c f r v f. j a b k t, k f l \quad u f v j b. t y t, f

r j k j r f w b b c \quad w y j, b k b \quad [t h [b \&

f v h b u f l^{\wedge} \quad v j w t v e k b \quad r j y r h t n e k b \quad f v j w f y b c

u f l f o. d t n b c f s d b c \quad ~44` \quad n j k j, t, b c \quad u f s d f k b c o b y t, b s \quad b c t d t

h j u j h w \quad t c \quad o b y f \quad g f h f u h f a t, i b \quad x f d f n f h t s \quad f l d b k f l

u f y b c f p q d h t, b f y \quad c f ' b t, t k b \quad c b l b l t t, b \quad P_n^*^{\wedge} \quad H^*^{\wedge} \quad Q_x^{\wedge} \quad Q_y^{\wedge} \quad M_x^{\wedge}

M_y^{\wedge} \quad W_x^{\wedge} \quad W_y \& \quad i t v l t u b \quad a j h v e k t, b c \quad v b [t l d b s

$$P_n^* = q A_{mn} m \sin mx (n \cos ny - \sin n)$$

$$H^* = a^2 q B_{mn} \frac{1}{\eta} (\cos mx - \cos m)(\sin ny - y \sin n)$$

$$Q_x = a q [(x-1) + A_{mn} (\cos mx - \cos m)(n \cos ny - \sin n)]$$

$$Q_y = a q A_{mn} \frac{m}{\eta} \sin mx (\sin ny - y \sin n)$$

$$M_x = a^2 q \left[\frac{1}{2} (x-1)^2 + (A_{mn} - B_{mn}) f_1(x) (n \cos ny - \sin n) \right]$$

$$M_y = -a^2 q (A_{mn} + B_{mn}) \frac{m}{\eta^2} \sin mx f_1(y)$$

$$W_x = - \left[\frac{a^4 q}{D(1-v^2)} \left\{ \left[\frac{1}{24} (x^4 - 4x^3 + 6x^2) \right] - A_{mn} [F_1(x, y) + F_2(x, y)] + \right. \right. \\ \left. \left. + B_{mn} [F_1(x, y) - F_2(x, y)] \right\} \right]$$

$$W_y = \frac{a^4 q}{D(1-v^2)} \left\{ \frac{v y^2}{4 \eta^2} (x^2 - 2x) - A_{mn} [F_3(x, y) + F_4(x, y)] + B_{mn} [F_3(x, y) - F_4(x, y)] \right\}.$$

itlutybkb vfstvfnbrehb fkujhbsvbcf lf ghjuhfvbc ~b[& lfyfhsb 1` ufvj.tyt,bs ufy[jhwbtkt,ekbf fvjwfybc hbw[dbsb htfkbpfwbf bv rth'j itvs[dtdfib^ hjwf $\eta=1^$ mdtvjs vjwtekb $f H^*^ Q_x^ M_x$ lf W_x cblbltt,b w[hbkb 3-bc cf[bs lf cfsfyflj tgbeht,b% yf[& 19-22&

w[hbkb 3

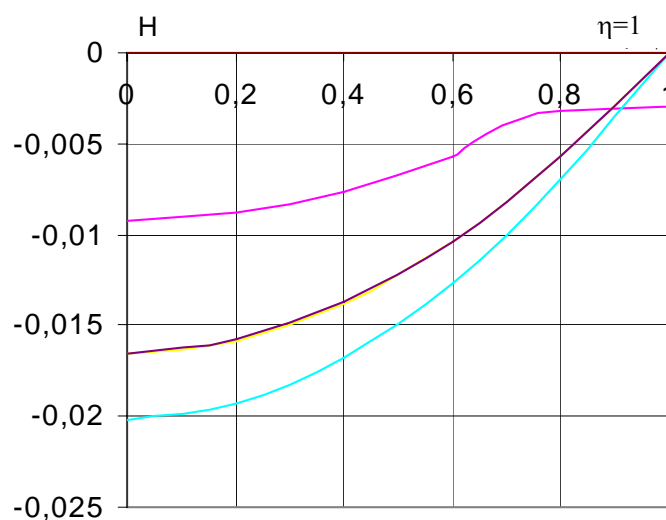
rjycjkeh $b abkf$

x \ y	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
	H				$\eta=1$	
0	0	0	0	0	0	0
0,2	-0,0092	-0,0088	-0,0076	-0,0057	-0,0032	0
0,4	-0,0166	-0,0159	-0,0138	-0,0104	-0,0057	0
0,6	-0,0202	-0,0193	-0,0168	-0,0127	-0,007	0
0,8	-0,0165	-0,0158	-0,0137	-0,0104	-0,0057	0
1	0	0	0	0	0	0

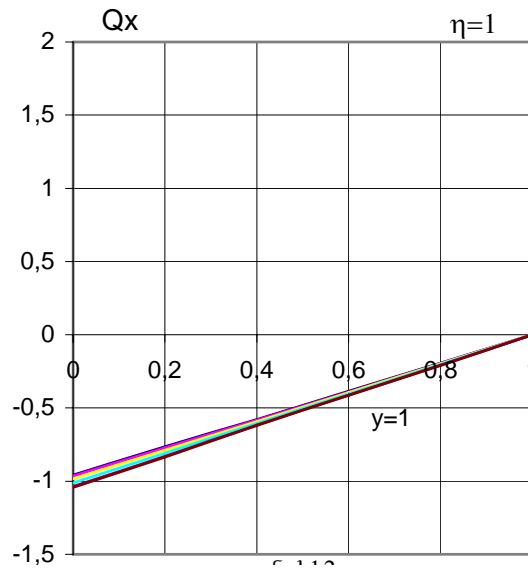
$y \backslash x$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
	Qx				$\eta=1$	
0	-0,958	-0,766	-0,58	-0,387	-0,193	0
0,2	-0,965	-0,772	-0,584	-0,39	-0,194	0
0,4	-0,985	-0,788	-0,593	-0,396	-0,197	0
0,6	-1,012	-0,81	-0,606	-0,404	-0,202	0
0,8	-1,037	-0,83	-0,617	-0,411	-0,206	0
1	-1,044	-0,835	-0,62	-0,414	-0,209	0

$y \backslash x$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
	Mx				$\eta=1$	
0	0,473	0,306	0,174	0,078	0,02	0
0,2	0,478	0,309	0,175	0,078	0,02	0
0,4	0,49	0,315	0,178	0,079	0,02	0
0,6	0,507	0,324	0,182	0,081	0,02	0
0,8	0,523	0,332	0,185	0,082	0,02	0
1	0,53	0,335	0,186	0,082	0,02	0

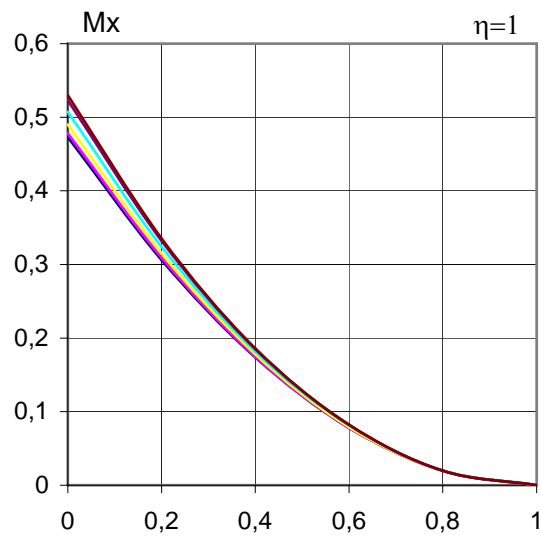
$y \backslash x$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
	W				$\eta=1$	
0	0	-0,011	-0,033	-0,062	-0,094	-0,126
0,2	0	-0,011	-0,033	-0,062	-0,094	-0,126
0,4	0	-0,01	-0,033	-0,062	-0,095	-0,128
0,6	0	-0,01	-0,033	-0,063	-0,097	-0,132
0,8	0	-0,01	-0,034	-0,066	-0,101	-0,138
1	0	-0,01	-0,035	-0,07	-0,108	-0,148



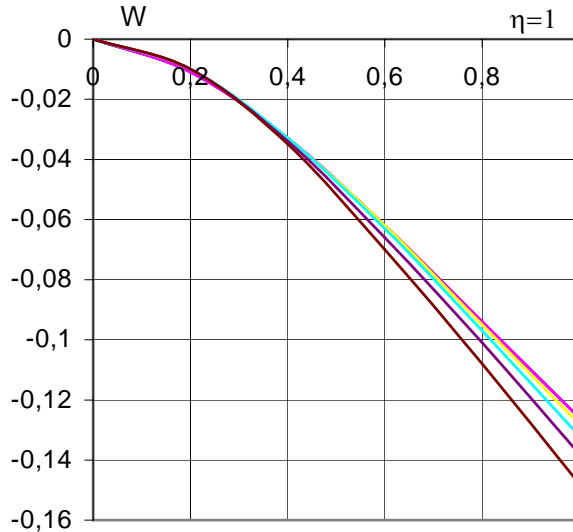
ნახ. 19. მგრესავი მომენტის ეპიურა



ნახ. 20. განივი ძალის ეპიურა



ნახ. 21. მღუნავი მომენტის ეპიურა



ნახ. 22. ჩაღუნვის ეპიურა

ამოცანა ასევე ადვილად გადაწყდება ჰიდროსტატიკური და სხვა სახის დატვირთვების შემთხვევაშიც.

2.1.2.4. ჰიდროსტატიკური დატვირთვის გავლენით კონსოლური ფილის „ცილინდრული ღუნვის“ შესწავლა ი. ღუდუშაურის მეთოდით

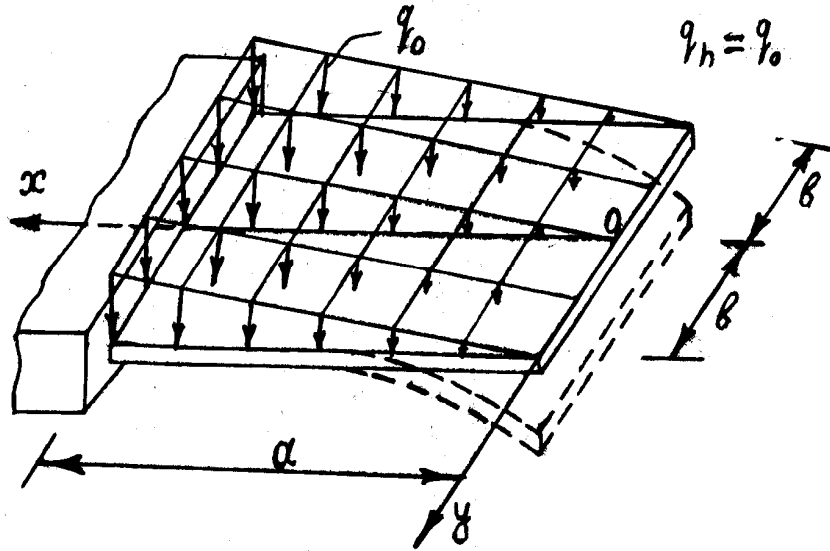
განვიხილოთ გეგმაში სწორკუთხედის ფორმის თხელი კონსოლური ფილა, რომელიც განიცდის ჰიდროსტატიკური დატვირთვის ქმედებას (ნახ. 23). მივიღოთ შრომაში გამოყენებულია უგანზომილებო სიდიდეები:

$$\bar{x} = \frac{x}{a}; \quad \bar{y} = \frac{y}{b}; \quad \eta = \frac{a}{b} \quad (46)$$

განხილულ ამოცანებში მოცემულია წინასწარ შემდეგი სასაზღვრო (47) და საწყისი (48) პირობები (ნახ. 23):

$$\left. \begin{aligned} \bar{x} = 0 \quad Q_x = 0, \quad M_x = 0 \quad H^* = 0; \\ \bar{x} = 1 \quad \frac{\partial W_1}{\partial \bar{x}} = 0, \quad W_1 = 0; \\ \bar{y} = \pm 1 \quad Q_y = 0, \quad M_y = 0, \quad H^* = 0; \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

$$\bar{y} = 0 \quad Q_y = 0, \quad \frac{\partial W_2}{\partial \bar{y}} = 0, \quad H^* = 0. \quad (48)$$



ნახ. 23. კონსოლური ფილა პიდროსტატიკური დატვირთვით

ფილის მუშაობა ღუნვაზე წარმოიდგინება T_x, T_y ფიქტიურ სისტემათა ერთობლივი მუშაობის სახით, რომელთა წონასწორობის განტოლებებია [148].

T_x ფიქტიური სისტემისათვის

$$\begin{cases} \frac{1}{a} \frac{\partial Q_x}{\partial \bar{x}} = -q_0 \cdot x - P_n^* \\ \frac{1}{a} \frac{\partial M_x}{\partial \bar{x}} - Q_x = -\frac{1}{b} \frac{\partial H^*}{\partial \bar{y}} \end{cases} \quad (49)$$

T_y ფიქტიური სისტემისათვის

$$\begin{cases} \frac{1}{b} \frac{\partial Q_y}{\partial \bar{y}} = P_n^* \\ \frac{1}{b} \frac{\partial M_y}{\partial \bar{y}} - Q_y = -\frac{1}{a} \frac{\partial H^*}{\partial \bar{x}} \end{cases} \quad (50)$$

სადაც H^* შინაგანი მგრეხავი მომენტი და P_n^* რეაქტიული დატვირთვა გამოხატავენ აღნიშნულ ფიქტიურ სისტემათა ურთიერთქმედებას და ამიტომ მათი საძიებელი ფუნქციები განსახულებულ ამოცანაში წარმოიდგინებიან წინასწარ უცნობი კოეფიციენტების მქონე მწკრივების სახით, რომელთა მაინტერპოლირებელი ფუნქციები უნდა აკმაყოფილებდნენ როგორც სასაზღვრო პირობებს, ასევე საწყის პირობებს.

აღნიშნულის გათვალისწინებით P_n^* და H^* წარმოიდგინებინათ წინასწარ შემდეგი მწკრივების სახით:

$$P_n^* = \frac{1}{a^2} \bar{A}_{mn} m \cos m\bar{x} (n \cos n\bar{y} - \sin n); \quad (51)$$

აქ
$$\bar{A}_{mn} = \sum_m \sum_n A_{mn} .$$

$$H_h^* = \frac{1}{\eta} \bar{B}_{mn} \sin m\bar{x} (\sin n\bar{y} - \bar{y} \sin n); \quad (52)$$

$$\bar{B}_{mn} = \sum_m \sum_n A_{mn} = B_{mn}$$

სადაც A_{mn} და B_{mn} საძიებელი მუდმივი კოეფიციენტებია.

წონასწორობის განტოლებებიდან (49) და (50) განისაზღვრებიან შინაგანი ძალები Q_x, Q_y, M_x, M_y ; ხოლო ჩაღუნვის სიდიდეები კი ჰუკის განზოგადებული კანონიდან:

$$\begin{cases} \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 W_1}{\partial \bar{x}^2} = -\frac{1}{B(1-\nu^2)} (M_x - \nu M_y), \\ \frac{1}{b^2} \frac{\partial^2 W_2}{\partial \bar{y}^2} = -\frac{1}{B(1-\nu^2)} (M_y - \nu M_x). \end{cases} \quad (53)$$

მწკრივების (51), (52) მუდმივი კოეფიციენტების A_{mn} და B_{mn} - ის შესაბამისი სიმრავლეები განისაზღვრება ფაქტიურ სისტემათა T_x, T_y შერწყმის ორი იგივე ტოლობებიდან:

I. $W_1(\bar{x}, \bar{y}) \equiv W_2(\bar{x}, \bar{y})$

II.
$$\frac{1}{ab} \frac{\partial^2 W}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}} \equiv -\frac{H^*}{(1-\nu)D}. \quad (54)$$

სადაც W -ს მაგივრად ჩაისმება W_1 - ის ან W_2 - ის (53) ტოლობებიდან ნაპოვნი გამოსახულებები. იგივე ტოლობების დაკმაყოფილება ხორციელდება კოლოკაციის ხერხის გამოყენებით, რომლის შედეგად მიიღება ალგებრულ განტოლებათა სისტემა A_{mn} და B_{mn} უცნობი კოეფიციენტების მიმართ. მათი დადგენის შემდეგ განისაზღვრებიან საძიებელი სიდიდეები: $P_n^*, H^*, Q_x, Q_y, M_x, M_y, W$.

მიღებული შედეგები ემთხვევა ლიტერატურაში ცნობილ სხვა ავტორთა მიერ მიღებულ შედეგებს.

2.2. ცილიდრული გადახურვის გაანგარიშება ჩვეულებრივი დიფერენციალურ განტოლებებში

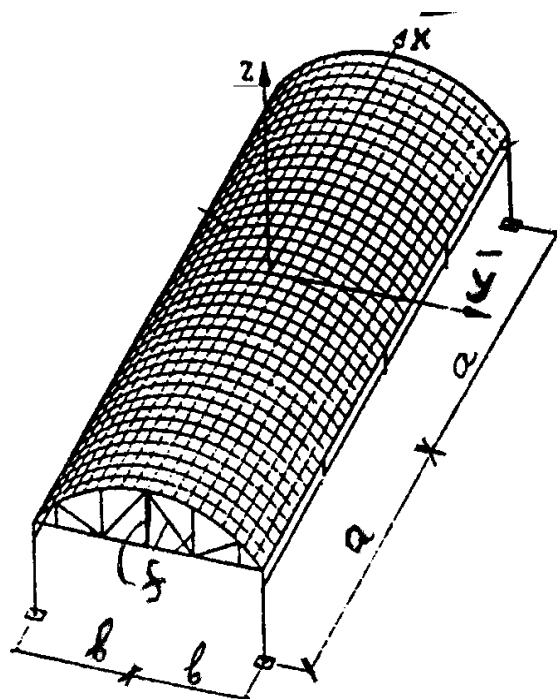
2.2.1. საკითხის დასმა

ვთქვათ, z არის ცილინდრის ზღვიანი კოორდინატი, x და y – ბაზის კოორდინატები. ცილინდრის ზედა ზედაპირი განისაზღვრება $z = h$ და $z = 0$ პიკეტაჟით. ცილინდრის ზედა ზედაპირი განისაზღვრება $z = h$ და $z = 0$ პიკეტაჟით.

ცილინდრის ზედა ზედაპირი განისაზღვრება $z = h$ და $z = 0$ პიკეტაჟით. ცილინდრის ზედა ზედაპირი განისაზღვრება $z = h$ და $z = 0$ პიკეტაჟით.

ცილინდრის ზედა ზედაპირი განისაზღვრება $z = h$ და $z = 0$ პიკეტაჟით. ცილინდრის ზედა ზედაპირი განისაზღვრება $z = h$ და $z = 0$ პიკეტაჟით.

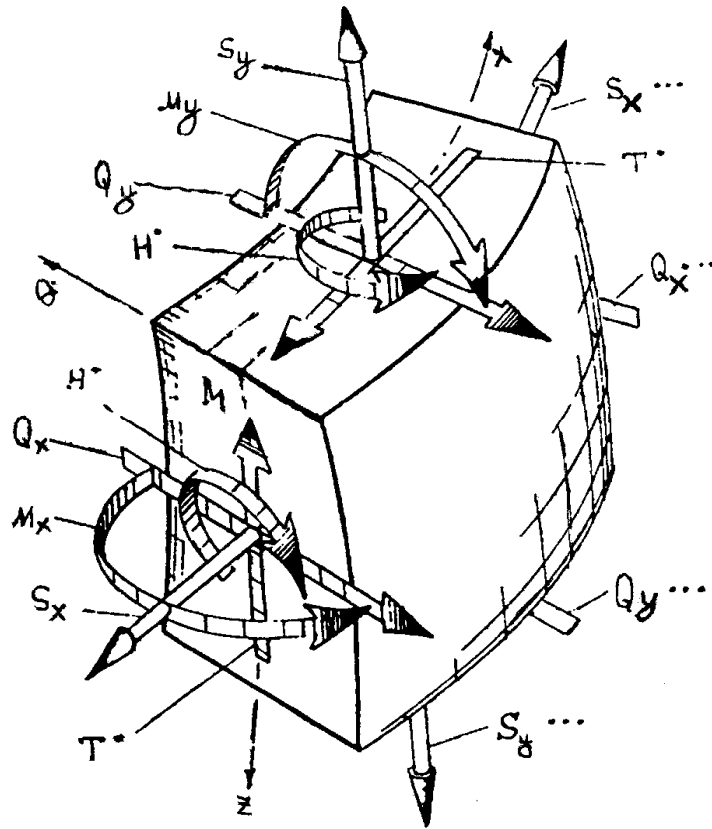
ცილინდრის ზედა ზედაპირი განისაზღვრება $z = h$ და $z = 0$ პიკეტაჟით. ცილინდრის ზედა ზედაპირი განისაზღვრება $z = h$ და $z = 0$ პიკეტაჟით.



yf[& 24& wbkbylhek b uflf[ehdf

ufhcsf ntmybreh stjhbfb 'f,dt,bc vfubth cfhut,kj,ty
vfsb tmdbdfktynehb njkmvtlb cblbltt,bs& vfsb hfjltyj,f
hdbc njkbf^ [esb 'fkff (S_x, S_y, T, Q_x, Q_y) lf cfvb vjvtynb
(M_x, M_y, H)& fgybiyekb 'fkt,b lf vjvtynt,b cfiefkt,fc
udf'kt dty dbvc]tkjs ufhcblfy ufvj.jabkb cbdhwbsb
tkvtynbc lf'f,ek-ltajhvbht,ekb vlujvfhtj,bc itcf[t,
cfsfyflj ,hn.tkb tktvtynbc vb[tldbs&

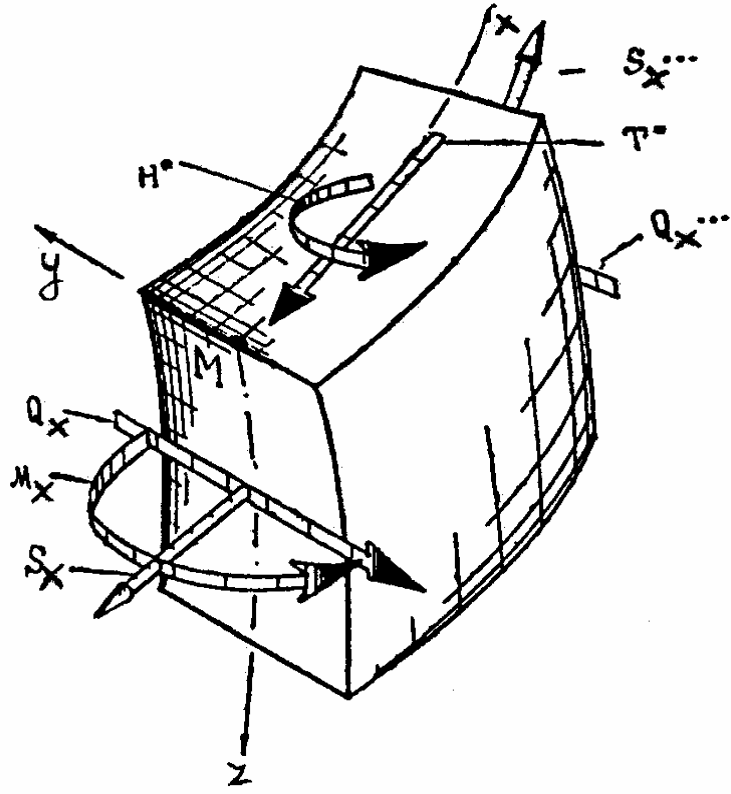
ufvj.jabkb ,hn.tkb tktvtynbc ~yf[& 25` ojfcojhj,bc
gbhj,f b&qeleifehbc stjhbcb [16] vb[tldbs ofhvjlubyt,f
abmnbehb T_x lf T_y cbcntvt,bc thsj,kbj,bc cf[bs ~yf[& 26 `
lf ~yf[& 27`& S_x lf S_y uh'bdb 'fkt,bf^ T^* 'dhbc 'fkff^ Q_x
lf Q_y ufybdb fye uflfvzhtkb 'fkt,b^ M_x, M_y vqeyfdb
vjvtynt,b^ [jkj H^* -rb vuht[b vjvtynb&



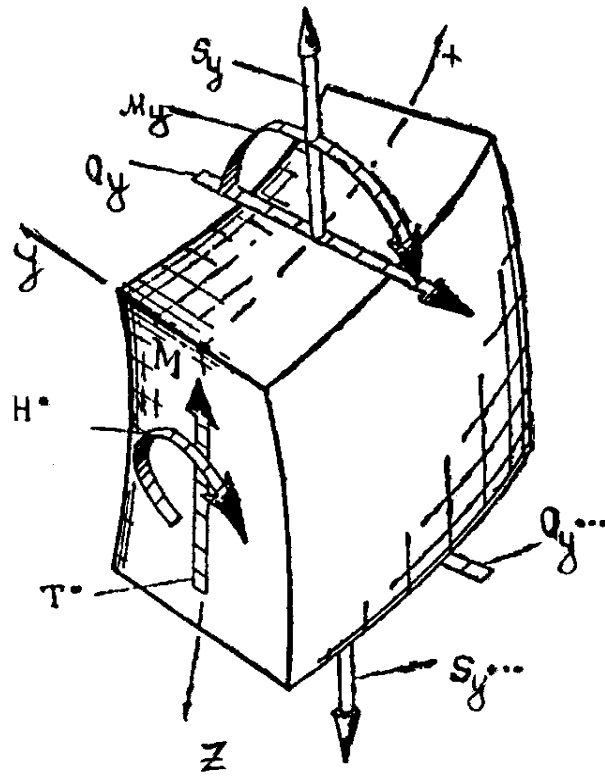
yf[& 25& wbkbylhek b ufhcblfy ufvj.jabkb
tkvtynb

abmnbekb T_x, T_y cbcntvt, bcfsdbc ojfcojhj, bc
ufynjkt, t, b vbbqt, f wfk-wfkrt itcf, fvbcfl ~yf[& 26` lf
~yf[& 27`-pt fqybiyekb ibuf `fkdt, bc lf htfnbekb `fkbc
vlutytkt, bc ufsdfkbcobyt, bs&

vfuhfv bvbc ufvj^ hv ufhcsf rkfcbreh stjhbfi b
uflfvo.dtnb lbathtywbkkeh b ufynjkt, f vt-8-t hbubcff^
fvbnjv sbsjte k of[yfupt js[b



yf[& 26& T_x abmnbehb cbcntvf



yf[& 27& T_y abmnbehb cbcntvf

cfcfpqdhj gbhj, bc lfrvf. jabkt, ff cfzbohj& tc itecf, fvj, f^
bctdt hjujhw pjubthsb c[df^ ufhcsf ntmybrehb stjhbcb
vbf[kjt, bsb [fcbfsbc itltubf& htfkehb cfcfpqdhj gbhj, t, bc
#htrjycnhemwbf@ tresdybc rbh[/jac lf lfcf, est, ekbf cty-
dtyfybc ghbywbgs^ hfcfw [fpufcvbs fqybiyfdc f& kbfd
lhtrflj, bc stjhbcb wyj, bk rehcb [34]& vfifcflvt ufvlbc^
hvj rkfcbreh ufhcsf stjhbcb ufvj.tyt, bcfc cfthsjl
ite'kt, tkbf [esbdt htfkehb cfcfpqdhj gbhj, t, bc pecnfl
lfrvf. jabkt, f^ fvbjv w[flbf ufycfresht, ek stjhbek lf
ghfmbrek vybidytkj, fc b'tyc yt, bcvbthb f[fkb vtwybthekb
ufvjrdktdf^ hvkbsfw ufysfdbceaklt, f rkfcbreh ufhcsf
stjhbcb fqybiykb yfrkbcufy& eylf fqybiyjc^ hvj fv
cfrbs[c flhtw tsvj, jlf ufycfresht, ekb .ehflqt, f vhfdfkb
wyj, bkb vtwybthbc ~c& nbvjityrj^ d& htbcythb lf c[d&`
vbth^ vfuhfv vsvf ufvjrdktdt, vf vfstvfnbrehb cbhsekbc
ufvj^ dth /gjdf ghfmbrek ufvj.tyt, f&

wyj, bkb^ hvj utuvfib vfhsres[tlbc ajhvbc lfvhtw
ufhcsf uffyufhbit, bc pjuflb ntmybrehb stjhbcb^ hvjtkbw
'bhbsflfl lfveifdt, ekbf t& htbcythbcf [66] lf d& dkfcjdb
[8] vbth^ ufytresdyt, f cfby;byhj ufsdkt, bc bv rkfcc^
hvjtkcfw akj, ty cgtwbfkbcnsf v[jkjl dbohj oht& fvbjv
cfby;byhj vtsjlt, bc `bt, fc^ hvjtkbw uffvfhnbd, lf
fqybiykb cb'ytktc lf^ cbvfhnbdcb ufvj^ [tkvbcfodljvb
bmyt, jlf by;bythsf afhsj ohbcfsdbc vtnfl fmnefkeh
ghj, ktvssf hbw[dc vbfresdyt, ty&

yfihjvib ufyb[bkt, f utuvfib vfhsres[tlbc ajhvbc
wbkbylhek ufhc ~yf[& 25`& 2a lf 2b ufhcbs uflf[ehek
vfhsres[tlbc pjvt, bf^ 2h ufhcbc cbcmt^ R cbvhelbc hflbecb^
[jkj f fotekj, bc bcfhb^ \bar{x}, \bar{y} ltrfhntc vfhsres[f rjjhlbyfnsf
cbcntvff&

fvjwfybc uflfo.dtnbcfc ufvj.tyt, ekbf eufypjvbk, j
cblbltt, b&

$$x = \frac{\bar{x}}{a}; \quad y = \frac{\bar{y}}{b}; \quad \eta = \frac{a}{b}; \quad \beta = \frac{b}{R}; \quad \gamma = \frac{h}{a} \quad \&$$

~55`

o j y f c o j h j , b c \quad u f y n j k t , t , b \quad \sim 55` - b c \quad u f s d f k b c o b y t , b s
v j u d w t v t y [109]%

_ T_x a b m n b e h b \quad c b c n t v b c f s d b c

$$\begin{cases} \frac{\partial S_x}{\partial x} + \eta \frac{\partial T^*}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial Q_x}{\partial x} - a P_n^* - a q - S_x = 0 \\ \frac{\partial M_x}{\partial x} - \eta \frac{\partial H^*}{\partial y} + a Q_x = 0, \end{cases}$$

~56`

_ T_y - a b m n b e h b \quad c b c n t v b c f s d b c

$$\begin{cases} \frac{\partial S_y}{\partial y} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial T^*}{\partial x} = 0, \\ \eta \frac{\partial Q_y}{\partial y} + \beta \eta S_y + a P_n^* = 0 \\ \eta \frac{\partial M_y}{\partial y} + Q_y - \frac{\partial H^*}{\partial x} = 0. \end{cases}$$

~57`

o j y f c o j h j , b c \quad u f y n j k t , t , b l f y \quad c f ' b t , t k b \quad c b l b l t t , b \quad S_x, \\ S_y, \quad Q_x, \quad Q_y, \quad M_x, \quad M_y \quad u f y b c f p q d h t , b f y \quad H^*, \quad T^* \quad l f \quad P_n^* \\ c b l b l t t , b c \quad c f i e f k t , b s \&

l t a j h v f w b b c \quad u f y n j k t , t , b \quad v b b q t , t y \quad c f [t c \%

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 W_x}{\partial x^2} = -\frac{a^2}{D(1-v^2)}(M_x - vM_y) \\ \frac{\partial^2 W_y}{\partial y^2} = -\frac{a^2}{D(1-v^2)\eta^2}(M_y - vM_x) \\ \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{a}{B(1-v^2)}(S_x - vS_y) - \beta W \\ \frac{\partial V}{\partial y} = \frac{a}{B(1-v^2)\eta}(S_y - vS_x) - \beta W_x \\ \frac{\partial V}{\partial x} + \eta \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{2aT^*}{B(1-v)} = \frac{2a(1+v)T^*}{B(1-v^2)}. \end{cases}$$

~58`

buekbc[vt,f^ hjv ufhcb rjynehbs e'hfd cf[chekflff
xfvfuht,ekb [bcn lbfahfuvt,pt lf ufybwlbc sfyf,hfl
ufyfobkt,ekb q yjhvfkeh b lfndbhsdbc mvtlt,fc& fctS
gbhj,t,ib cfcfpqdhj lf cfo.bc gbhj,t,c tmyt,fs cf[t ~yf[&
25`&

$$\begin{cases} x = \pm 1; M_x = 0; U = 0, V = 0, W_x = 0; \frac{\partial W_x}{\partial x} = 0, \\ y = \pm 1; M_y = 0; U = 0, V = 0, W_y = 0; \frac{\partial W_y}{\partial y} = 0, \\ x = 0; Q_x = 0; U = 0, \frac{\partial W_x}{\partial x} = 0; H^* = 0; T^* = 0, \\ y = 0; Q_y = 0; V = 0, \frac{\partial W_y}{\partial y} = 0; H^* = 0, T^* = 0. \end{cases}$$

~59`

~58` lbathtywbkkeh ufynjkt,t,fsf bcntvf cfiefkt,fc
b'ktdf ufycfpqdhekb bmyt,f js[b cf'bt,tkb cblblt U^ V^
W_x^ W_y&

hfw ittcf,fvt,f H^*,T^*,P_n^* cblbltt,c vfssdbc udfmdc
itho.vbc cfvb gbhj,f%

$$\begin{aligned} W_x(x, y) &= W_y(x, y) \\ \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} &= -\frac{a^2}{D(1-v)\eta} H^*. \end{aligned}$$

~60`

$$\frac{\partial V}{\partial x} + \eta \frac{\partial YU}{\partial y} = \frac{2a(1+\nu)}{B(1-\nu^2)} T^* \quad \&$$

fvudfhfl^ b& qeleifehbc vtsjls^ utuvfib
 vfhsres[tlbc ajhvbc lfvhtwb wbkbylhekbc ufhcbc
 uffyufhbit,bc pjuflb itvs[dtdbcfsdbc lf cfcfpqdhj
 gbhj,t,bc yt,bcvbthb cf[tj,bcfsdbc ofhvjbmvvt,f
 ehsbthsmvltt,bc cfvb (H*,T*,P_n*) `fkf^ hjvtksf
 vfbynthgjbkht,tkb aeymwbt,b ~59` cfcfpqdhj gbhj,t,bc
 uf sdfkbcobyt,bs itb'kt,f ofhvjdflubyjs itvltub cf[bs

$$\begin{cases} P_n^* = \sum_m \sum_n A_{mn} \cos mx \cos ny \\ H^* = \frac{a^2}{\eta} \sum_m \sum_n B_{mn} \frac{1}{mn} \sin mx \sin ny \\ T^* = \frac{a}{\eta\beta} \sum_m \sum_n C_{mn} \frac{m}{n\eta} \sin mx \sin ny. \end{cases}$$

~61`

ewyj,b A_mn, B_mn, C_mn rjtabwbtynt,b ufybcfpqdht,bfy cfvb
 bubdehb njkj,t,blfy ~59`&

eylf itdybiyjs^ hjv se ~56` lf ~57` ojfcojhj,bc
 ufynjkt,blfy ufvdhbw[fd P_n ehsbthsmvltt,c htfmwbe
 `fkfc lf xfdskbs^ hjv W_x \equiv W_y^ vfiy vdbqt,s ufhsf
 ntmybreh stjhbfiw wyj,bk wbkbylhekbc ufhcbc ojfcojhj,bc
 ufynjkt,fsf cbcntvfc&

ojfcojhj,bc ufynjkt,t,b ~56` lf ~57`^ ~61`
 njkj,t,bcf lf cfcfpqdhj lf cfo.bcb gbhj,t,bc ~59`-bc
 uf sdfkbcobyt,bs S_x, S_y, Q_x, Q_y, M_x lf M_y cblbltt,bcfsdbc
 vjudwtvty%

$$\frac{\partial S_x}{\partial x} = -\eta \frac{\partial T^*}{\partial y} = -\frac{a}{\beta} C_{mn} m \sin mx \cos ny \quad \&$$

byntuht,bs vdbqt,s%

საინტეგრირებელი $C_3(y)$ ფუნქცია განისაზღვრება პირობიდან

როცა $x = \pm 1$, $M_x = 0$, მივიღებთ

$$C_3(y) = -a^2 \left[\frac{1}{2}q + \frac{1}{2}C_1(y) - (A_{mn} + B_{mn} + C_{mn}) \frac{1}{m^2} \cos mx \cos nx \right]$$

ჩასმა მოგვცემს:

$$M_x = a^2 \left[\frac{q(x^2 - 1)}{2} + \frac{x^2 - 1}{2} C_1(y) - (A_{mn} + B_{mn} + C_{mn}) \frac{1}{m^2} (\cos mx - \cos m) \cos ny \right]. \quad (66)$$

ანალოგიურად

$$M_y = a^2 \left[\frac{y^2 - 1}{2\eta^2} D_1(x) - \left(A_{mn} - B_{mn} - C_{mn} \frac{m^2}{n^2 \eta^2} \right) \times \right. \\ \left. \times \frac{1}{n^2 \eta^2} (\cos ny - \cos n) \cos mx \right]. \quad (67)$$

გამოვიყენოთ პირობა:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} = -\frac{a^2}{D(1-\nu)\eta} H^*.$$

თუ გავითვალისწინებთ H^* -ის გამოსახულებას მივიღებთ:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} = -\frac{a^4(1+\nu)}{D(1-\nu^2)\eta^2} B_{mn} \frac{1}{mn} \sin mx \sin ny.$$

ამ უკანასკნელის ინტეგრება ჯერ y -ით მოგვცემს

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{a^4(1+\nu)}{D(1-\nu^2)\eta^2} B_{mn} \frac{1}{mn} \sin mx \sin ny + D_4(x).$$

$$\text{როცა } y = \pm 1; \quad \frac{\partial W}{\partial x} = 0,$$

მივიღებთ:

$$D_4(x) = -\frac{a^4(1+\nu)}{D(1-\nu^2)} B_{mn} \frac{1+\nu}{mn^2 \eta^2} \sin mx \sin n.$$

ამ უკანასკნელის გათვალისწინება მოგვცემს:

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{a^4(1+\nu)}{D(1-\nu^2)} B_{mn} \frac{1+\nu}{mn^2 \eta^2} \sin mx (\cos ny - \cos n),$$

საიდანაც

$$W = -\frac{a^4}{D(1-\nu^2)} B_{mn} \frac{1+\nu}{m^2 n^2 \eta^2} \cos mx (\cos ny - \cos n) + C_4(y).$$

საინტეგრირებელი ფუნქცია $C_4(y)$ განისაზღვრება პირობიდან:

როცა $x = \pm 1$; $W=0$,

შესაბამისად

$$C_4(y) = \frac{a^4(1+v)}{D(1-v^2)} B_{mn} \frac{1-v}{m^2 n^2 \eta^2} \cos m(\cos ny - \cos n).$$

საბოლოოდ:

$$W = -\frac{a^4}{D(1-v^2)} B_{mn} \frac{1+v}{m^2 n^2 \eta^2} (\cos mx - \cos m)(\cos ny - \cos n). \quad (68)$$

გამოვთვალოთ U და V გადაადგილებანი

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial x} &= \frac{a}{B(1-v^2)} (S_x - vS_y) - \beta W = \\ &= \frac{a^4}{B(1-v^2)\beta} \left[\left(1 - \frac{vm^2}{n^2\eta^2} \right) C_{mn} \cos mx \cos my + C_1(y) - vD_1(x) \right] + \\ &+ \frac{a^4\beta}{D(1-v^2)} B_{mn} \frac{1+v}{m^2 n^2 \eta^2} (\cos mx - \cos m)(\cos ny - \cos n). \end{aligned}$$

ინტეგრება x -ით და საწყისი პირობის გამოყენება

როცა $x = 0$, $U = 0$ მოგვცემს

$$\begin{aligned} U &= \frac{a^2}{B(1-v^2)\beta} \left[\left(1 - \frac{vm^2}{n^2\eta^2} \right) C_{mn} \frac{1}{m} \sin mx \cos ny + xC_1(y) - v \int D_1(x) dx + \right. \\ &\left. + b_{mn} B_{mn} \left(\frac{1}{m} \sin mx - x \cos m \right) (\cos ny - \cos n) \right]. \quad (69) \end{aligned}$$

სადაც $b_{mn} = \frac{12(1+v)\beta^2\gamma^2}{m^2 n^2 \eta^2}$.

პირობა $x = \pm 1$, $U = 0$ გვაძლევს

$$\begin{aligned} C_1(y) - v \int_{\infty}^1 D_1(x) dx &= - \left[\left(1 - \frac{vm^2}{n^2\eta^2} \right) C_{mn} \frac{1}{m} \sin mx \cos ny + \right. \\ &\left. + B_{mn} b_{mn} \left(\frac{1}{m} \sin m - \cos m \right) (\cos ny - \cos n) \right]. \quad (70) \end{aligned}$$

ანალოგიურად V გადაადგილებისათვის მივიღებთ:

$$\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{a}{B(1-v^2)\eta} (S_y - vS_x) =$$

$$= \frac{a^2}{B(1-v^2)\beta\eta} \left[\left(\frac{m^2}{n^2\eta^2} - v \right) C_{mn} \cos mx \cos ny + D(x) - vC_1(y) \right].$$

$$V = \frac{a^2}{B(1-v^2)\beta\eta} \left[\left(\frac{m^2}{n^2\eta^2} - v \right) C_{mn} \frac{1}{n} \sin ny \cos mx + yD_1(x) - v \int C_1(y) dy \right].$$

პირობიდან როცა $y = \pm 1$, $V = 0$ მივიღებთ:

$$D_1(x) - v \int_0^1 C_1(y) dy = - \left(\frac{m^2}{n^2\eta^2} - v \right) C_{mn} \frac{1}{n} \sin n \cos mx. \quad (71)$$

$D_1(x)$ და $C_1(y)$ საინტეგრირებელი ფუნქციებისათვის მივიღებთ შემდეგ განტოლებათა სისტემას:

$$\begin{cases} D_1(x) - v \int_0^1 C_1(y) dy = - \left(\frac{m^2}{n^2\eta^2} - v \right) C_{mn} \frac{1}{n} \sin n \cos mx \\ C_1(y) - vx = - \left(1 - \frac{vm^2}{n^2\eta^2} \right) C_{mn} \frac{1}{m} \sin n \cos ny - \\ \quad - B_{mn} b_{mn} \left(\frac{1}{m} \sin m - \cos m \right) (\cos ny - \cos n). \end{cases}$$

მიღებული სისტემის ამოხსნა მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდით მოგვცემს:

$$D_1(x) = -C_{mn} \left[\left(\frac{m^2}{n^2\eta^2} - v \right) \cos mx - \frac{v}{m} \sin m \right] \frac{1}{n} \sin n -$$

$$- B_{mn} b_{mn} \frac{v}{1-v^2} \left(\frac{1}{m} \sin m - \cos m \right) \left(\frac{1}{n} \sin n - \cos n \right), \quad (72)$$

$$C_1(y) = -C_{mn} \left[\left(1 - \frac{vm^2}{n^2\eta^2} \right) \cos ny + \frac{m^2}{n^2\eta^2} \frac{v}{m} \sin n \right] \frac{1}{m} \sin m -$$

$$- B_{mn} b_{mn} \left(\frac{1}{m} \sin m - \cos m \right) \left[(\cos ny - \cos n) + \frac{v}{1+v^2} \left(\frac{1}{n} \sin n - \cos n \right) \right].$$

$D_1(x)$ -ისა და $C_1(y)$ -ის გამოთვლების შემდეგ განვსაზღვროთ W_x და W_y გადაადგილებები.

შევადგინოთ გამოსახულება:

$$\frac{\partial^2 W_x}{\partial x^2} = - \frac{a^2}{D(1-v^2)} (M_x - vM_y).$$

$$\frac{\partial^2 W_x}{\partial x^2} = - \frac{a^4}{D(1-v^2)} \left[\frac{q(x^2-1)}{2} + \frac{x^2-1}{2} C_1(y) - (A_{mn} + B_{mn} + C_{mn}) \times \right.$$

$$\times \frac{1}{m^2} (\cos mx - \cos m) \cos ny - (A_{mn} - B_{mn}) \frac{v}{n^2 \eta^2} (\cos ny - \cos n) \cos mx \Big].$$

ამ გამოსახულების ინტეგრება ორჯერ x -ით და სათანადო სასაზღვრო და საწყისი პირობების გათვალისწინებით საბოლოოდ მივიღებთ:

$$W_x = \frac{a^4}{D(1-v^2)} [f(x)q + f(x)C_1(y) + (A_{mn} + B_{mn} + C_{mn})f_1(x, y) - (A_{mn} - B_{mn})f_2(x, y)]$$

სადაც

$$f(x) = \frac{1}{24} (x^4 - 6x^2 + 5),$$

$$f_1(x, y) = \frac{1}{m^2} \left[\frac{1}{m^2} (\cos mx - \cos m) + \frac{1}{2} (x^2 - 1) \cos m \right] \cos ny,$$

$$f_2(x, y) = \frac{v}{m^2 n^2 \eta^2} (\cos mx - \cos m) (\cos ny - \cos n).$$

ანალოგიურად

$$W_y = \frac{a^4}{D(1-v^2)} \left\{ \frac{q(x^2 - 1)(y^2 - 1)}{4\eta^2} + \frac{x^2 - 1}{2\eta^2} C_1^*(y) + (A_{mn} - B_{mn})f_3(x, y) + (A_{mn} + B_{mn} + C_{mn})f_2(x, y) \right\} \quad (73)$$

$$f_3(x, y) = \frac{1}{n^2 \eta^2} \left[\frac{1}{n^2} (\cos ny - \cos n) + \frac{1}{2} (y^2 - 1) \cos n \right] \cos mx,$$

$$C_1^*(y) = C_{mn} f_4(y) + B_{mn} f_5(y),$$

$$f_4(y) = \left[\left(1 - \frac{vm^2}{n^2 m^2} \right) \frac{1}{n^2} (\cos nu - \cos m) - \frac{(y^2 - 1)m^2 v}{n^2 \eta^2} \frac{\sin n}{n} \right] \frac{1}{m} \sin m,$$

$$f_5(y) = b_{mn} \left(\frac{1}{m} \sin m - \cos m \right) \left\{ \left[\frac{1}{n^2} (\cos ny - \cos n) + \frac{1}{2} (y^2 - 1) \cos n \right] - \frac{(y^2 - 1)v^2}{1 - v^2} \left(\frac{1}{n} \sin n - \cos n \right) \right\}.$$

ამრიგად, მოცემული ამოცანის გადაწყვეტისათვის ზემოთ განსაზღვრული იქნა ყველა საძიებელი გამოსახულება შინაგანი ძალებისათვის S_x , S_y , Q_1 , Q_2 , M_x , M_y და გადაადგილებებისათვის U , V , W რომლებიც ჯერ კიდევ შეიცავენ A_{mn} , B_{mn} , C_{mn} უცნობ სიდიდეებს.

ამ უკანასკნელთა განსასაზღვრავად გამოიყენება სამი იგივე ტოლობისაგან შედგენილი ერთობლივი ალგებრულ განტოლებათა სისტემა.

2.2.2. მოცემული ამოცანის გადაშვებულ ალგებრულ განტოლებათა სისტემის შედგენა

A_{mn} , B_{mn} , C_{mn} უცნობი კოეფიციენტების განსასაზღვრავად გამოიყენება ორი იგივე ტოლობა. ჩალუნვის ფუნქციისათვის, ხოლო მესამე ტოლობად კი საჭიროა ავიღოთ გამოყენებული (59)-ის ბოლო მეხუთე ტოლობა.

ამგვარად შერწყმის პირობებს დასმული ამოცანის შემთხვევისათვის ექნება სახე:

$$\begin{cases} W_x(x, y) \equiv W(x, y), \\ W_y(x, y) \equiv W(x, y), \\ \frac{\partial V}{\partial x} + \eta \frac{\partial U}{\partial y} \equiv \frac{2a(1+v)}{B(1-v^2)} T^*. \end{cases} \quad (74)$$

გავამარტივოთ U და V გამოსახულებები.

გამოვითვალოთ გამოსახულება

$$\begin{aligned} xC_1(y(-v) \int D_1(x) dx) &= -C_{mn} \left[\left(1 - \frac{vm^2}{n^2\eta^2} \right) \cos ny - \frac{m^2}{n^2\eta^2} \frac{v}{n} \sin n \right] \frac{x}{m} \sin m - \\ &- B_{mn} b_{mn} \left(\frac{1}{m} \sin m - \cos n \right) \left[x(\cos ny - \cos n) + \frac{xv^2}{1-v^2} \left(\frac{1}{n} \sin n - \cos n \right) \right] + \\ &+ C_{mn} \left[\left(\frac{m^2}{n^2\eta^2} - v \right) \frac{1}{m} \sin mx + \frac{vx}{m} \sin m \right] \frac{v}{n} \sin n + \\ &+ B_{mn} b_{mn} \frac{xv^2}{1-v^2} \left(\frac{1}{m} \sin m - \cos m \right) \left(\frac{1}{n} \sin n - \cos n \right) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -C_{mn} \left[\left(1 - \frac{vm^2}{n^2\eta^2} \right) \cos ny \frac{x}{m} \sin m + \frac{vm^2}{n^2\eta^2} \frac{x}{mn} \sin m \sin n - \right. \\
&\quad \left. - \left(\frac{m^2}{n^2\eta^2} - v \right) \sin mx \frac{v}{mn} \sin m - \frac{v^2x}{mn} \sin m \sin n \right] - \\
&\quad - B_{mn} b_{mn} \left(\frac{1}{m} \sin m - \cos m \right) \left[x(\cos ny - \cos n) + \frac{v^2x}{1-v^2} \frac{1}{n} \sin n - \frac{xv^2}{1-v^2} \cos n - \right. \\
&\quad \quad \left. - \frac{xv^2}{1-v^2} \frac{1}{n} \sin n + \frac{xv^2}{1-v^2} \cos n \right] = \\
&= C_{mn} \left[\left(1 - \frac{vm^2}{n^2\eta^2} \right) \cos ny \frac{x}{m} \sin m + \left(\frac{m^3}{n^2\eta^2} - v \right) \frac{vx}{mn} \sin m \sin n - \right. \\
&\quad \left. - \left(\frac{m^2}{n^2\eta^2} \right) \sin mx \frac{v}{mn} \sin n \right] - B_{mn} b_{mn} \left(\frac{1}{m} \sin m - \cos m \right) x(\cos ny - \cos n) = \\
&= -C_{mn} \left[\left(1 - \frac{vm^2}{n^2\eta^2} \right) \cos ny \frac{x}{m} \sin m - \left(\frac{m^2}{n^2\eta^2} - v \right) \frac{v}{mn} \sin n (\sin mx - x \sin m) \right] - \\
&\quad - B_{mn} b_{mn} x \left(\frac{1}{m} \sin m - \cos m \right) (\cos ny - \cos n).
\end{aligned}$$

შევიტანოთ ამ გამოსახულების მნიშვნელობა U გადაადგილების გამოსახულებაში მივიღებთ:

$$\begin{aligned}
U &= \frac{a^2}{B(1-v^2)\beta} \left[C_{mn} \left(1 - \frac{vm^2}{n^2\eta^2} \right) \frac{1}{m} \sin mx \cos ny + xC_1(y) - v \int D_1(x) dx \right] + \\
&\quad + B_{mn} b_{mn} \left(\frac{1}{m} \cos mx - x \cos m \right) (\cos ny - \cos n) \Big] = \\
&= \frac{a^2}{B(1-v^2)\beta} \left\{ C_{mn} \left[\left(1 - \frac{vm^2}{n^2\eta^2} \right) \frac{1}{m} \sin mx \cos ny - \left(1 - \frac{vm^2}{n^2\eta^2} \right) \cos ny \frac{x}{m} \sin m - \right. \right. \\
&\quad \quad \left. \left. + \left(\frac{m^2}{n^2\eta^2} - v \right) \frac{v}{mn} \sin n (\sin mx - x \sin m) \right] + \right. \\
&\quad \left. + B_{mn} b_{mn} \left(\frac{1}{m} \sin mx - x \cos m \right) (\cos ny - \cos n) - \right. \\
&\quad \left. - B_{mn} b_{mn} \left(\frac{x}{m} \sin m - x \cos m \right) (\cos ny - \cos n) \right\},
\end{aligned}$$

$$U = \frac{a^2}{B(1-v^2)\beta} \left\{ C_{mn} \left[\left(1 - \frac{vm^2}{n^2\eta^2} \right) \cos nx + \left(\frac{vm^2}{n^2\eta^2} - v^2 \right) \frac{1}{n} \sin n \right] + \right. \\ \left. + B_{mn} b_{mn} (\cos ny - \cos n) \right\} \frac{1}{m} (\sin mx - x \sin m).$$

გამოვთვალოთ გამოსახულება

$$yD_1(x) - v \int C_1(y) dy.$$

თუ შევიტანთ $D_1(x)$ და $C_1(y)$ მნიშვნელობებს (72) ტოლობების მიხედვით

$$yD_1(x) - v \int C_1(y) dy = -C_{mn} \left[\left(\frac{m^2}{n^2\eta^2} - v \right) \cos mx + \frac{v}{m} \sin m \right] \frac{y}{n} \sin n - \\ - B_{mn} b_{mn} \frac{vy}{1-v^2} \left(\frac{1}{m} \sin m - \cos m \right) \left(\frac{1}{n} \sin n - \cos n \right) + \\ + C_{mn} \left[\left(1 - \frac{vm^2}{n^2\eta^2} \right) \frac{v}{n} \sin ny + \frac{m^2}{n^2\eta^2} \frac{v^2 y}{n} \sin n \right] \frac{1}{m} \sin n + \\ + B_{mn} b_{mn} v \left(\frac{1}{m} \sin m - \cos m \right) \left[\frac{1}{n} \sin ny - y \cos n + \frac{yv^2}{1-v^2} \frac{1}{n} \sin n + \frac{yn^2}{1-n^2} \cos n \right] = \\ = -C_{mn} \left[\left(\frac{m^2}{n^2\eta^2} - v \right) \frac{y}{n} \sin n \cos mx - \left(1 - \frac{vm^2}{n^2\eta^2} \right) \frac{v}{mn} \sin mn (\sin ny - u \sin n) \right] + \\ + B_{mn} b_{mn} v \left(\frac{1}{m} \sin m - \cos m \right) \frac{1}{n} (\sin ny - y \sin n).$$

ამ უკანასკნელის გათვალისწინება V -ს გამოსახულებაში საბოლოოდ მოგვცემს

$$V_2 = \frac{a^2}{B(1-v^2)\beta\eta} \left\{ C_{mn} \left[\left(\frac{m^2}{n^2\eta^2} - v \right) \cos mx + \left(1 - \frac{vm^2}{n^2\eta^2} \right) \frac{v}{m} \sin m \right] + \right. \\ \left. + B_{mn} b_{mn} v \left(\frac{1}{m} \sin m - \cos m \right) \right\} \frac{1}{n} (\sin ny - y \sin n).$$

შევადგინოთ შერწყმის III პირობა

$$\frac{\partial V}{\partial x} + \eta \frac{\partial U}{\partial y} \equiv \frac{2a(a+v)}{B(1-v^2)} T^*.$$

სათანადო სიდიდეების შეტანის შედეგად გვექნება

$$\begin{aligned}
& -\frac{a^2}{B(1-v^2)\beta\eta} C_{mn} \left(\frac{m^2}{n^2\eta^2} - v \right) \frac{m}{n} \sin mx (\sin ny - y \sin n) - \\
& -\frac{a^2\eta}{B(1-v^2)\beta} C_{mn} \left(1 - \frac{vm^2}{n^2\eta^2} \right) \frac{n}{m} \sin ny (\sin mx - x \sin m) - \\
& -\frac{a^2\eta}{B(1-v^2)\beta} B_{mn} b_{mn} \frac{n}{m} \sin ny (\sin mx - x \sin m) = \\
& = \frac{2a^2(1+v)}{B(1-v^2)\beta\eta} C_{mn} \frac{m}{n} \sin mx \sin ny.
\end{aligned}$$

მსგავსი წევრების შეერთების შედეგად მივიღებთ

$$\sum_m \sum_n [B_{mn} \Phi_{mn}'''(B) + C_{mn} \Phi_{mn}'''(C)] = 0.$$

სადაც

$$\begin{aligned}
\Phi_{mn}'''(B) &= \eta^2 b_{mn} \frac{n}{m} \sin ny (\sin mx - x \sin m), \\
\Phi_{mn}'''(C) &= \left(\frac{m^2}{n^2\eta^2} - v \right) \frac{m}{n} \sin mx (\sin ny - y \sin n) + \\
&+ \left(1 - \frac{vm^2}{n^2\eta^2} \right) \frac{n\eta^3}{m} \sin ny (\sin mx - x \sin m) + 2(1+v) \frac{m}{n} \sin mx \sin ny.
\end{aligned}$$

გაგამარტივოთ W_x და W_y -ის გამოსახულებები მათში $C_1(y)$ და

$D_1(x)$ მნიშვნელობების შეტანით:

$$C_1(y) = -C_{mn} f_1^*(y) - B_{mn} f_2^*(y),$$

$$D_1(x) = -C_{mn} f_1^*(x) - B_{mn} f_2^*(x).$$

სადაც

$$\begin{aligned}
f_1^*(x) &= \left[\left(\frac{m^2}{n^2\eta^2} - v \right) \cos mx + \frac{v}{m} \sin m \right] \frac{1}{n} \sin x, \\
f_2^*(x) &= b_{mn} \frac{v}{1-v^2} \left(\frac{1}{m} \sin m - \cos m \right) \left(\frac{1}{n} \sin n - \cos n \right), \\
f_1^*(y) &= \left[\left(1 - \frac{vm^2}{n^2\eta^2} \right) \cos ny + \frac{m^2}{n^2\eta^2} \frac{v}{n} \sin n \right] \frac{1}{m} \sin m, \\
f_2^*(y) &= b_{mn} \left(\frac{1}{m} \sin m - \cos m \right) \left[(\cos ny - \cos n) + \frac{v^2}{1-v^2} \left(\frac{1}{n} \sin n - \cos n \right) \right]. \\
W_x &= -\frac{a^4}{D(1-v)^2} \{ f(x)q + A_{mn} [f_1(x, y) + f_2(x, y)] +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + B_{mn} [f_1(x, y) - f_2(x, y) - f(x)f_2^*(y)] + C_{mn} [f_1(x, y) - f(x)f_1^*(y)] \Big\} \\
W_y = & \frac{a^4}{D(1-v)^2} \{f(x)q + A_{mn} [f_2(x, y) + f_3(x, y)] + \\
& + B_{mn} \left[f_2(x, y) - f_3(x, y) + \frac{x^2-1}{2\eta^2} f_5(y) \right] + C_{mn} \left[f_2(x, y) + \frac{x^2-1}{2\eta^2} f_4(y) \right] \Big\} \\
W = & -\frac{a^4}{D(1-v^2)} B_{mn} \frac{1+v}{m^2 n^2 \eta^2} (\cos x - \cos n)(\cos ny - \cos n) = \\
= & -\frac{a^4}{(1-v^2)} B_{mn} \frac{1+v}{v} f_2(x, y).
\end{aligned}$$

შეგრწევის I პირობებიდან მივიღებთ

$$\begin{aligned}
& A_{mn} [f_1(x, y) + f_2(x, y)] + B_{mn} \left[f_1(x, y) - \frac{1+2v}{v} f_2(x, y) - f(x)f_2^*(y) \right] + \\
& + C_{mn} [f_1(x, y) - f(x) \cdot f_1^*(y)] = -f(x)q. \\
\sum_m \sum_n [\Phi'_{mn}(A)A_{mn} + \Phi'_{mn}(B)B_{mn} + \Phi'_{mn}(C)C_{mn}] & = \Phi'_{mn}(q), \\
\Phi'_{mn}(A) & = f_1(x, y) + f_2(x, y), \\
\Phi'_{mn}(B) & = f_1(x, y) - \frac{1+2v}{v} f_2(x, y) - f(x)f_2^*(y), \\
\Phi'_{mn}(C) & = f_1(x, y) - f(x)f_1^*(y), \\
\Phi'_{mn}(q) & = -f(x).
\end{aligned}$$

შეგრწევის II პირობა მოგვცემს

$$\begin{aligned}
& A_{mn} [f_2(x, y) + f_3(x, y)] + B_{mn} \left[-\frac{1}{v} f_2(x, y) - f_3(x, y) + \frac{x^2-1}{2\eta^2} f_5(y) \right] + \\
& + C_{mn} \left[f_2(x, y) + \frac{x^2-1}{2\eta^2} f_4(y) \right] = -f(x, y)q, \\
\sum_m \sum_n [\Phi''_{mn}(A)A_{mn} + \Phi''_{mn}(B)B_{mn} + \Phi''_{mn}(C)C_{mn}] & = \Phi''_{mn}(q), \\
\Phi''_{mn}(A) & = f_2(x, y) + f_3(x, y), \\
\Phi''_{mn}(B) & = \frac{x^2-1}{2\eta^2} f_5(y) - \frac{1}{v} f_2(x, y) - f_3(x, y), \\
\Phi''_{mn}(C) & = f_2(x, y) + \frac{x^2-1}{2\eta^2} f_4(y), \\
\Phi''_{mn}(q) & = -f(x'').
\end{aligned}$$

სადაც $\Phi'_{mn}(A), \Phi'_{mn}(B), \Phi'_{mn}(C) \wedge \Phi'_{mn}(q)$ ($i= I, II, III$) ცნობილი ფუნქციებია.

აღგებრულ განტოლებათა სისტემის ამოხსნა წარმოებს კოლოკაციის მეთოდის გამოყენებით, შედგენილია მათემატიკური ალგორითმი და პროგრამა კომპიუტერისათვის და (იხ. დანართი PROGRAM) პარამეტრების η , β , γ სხვადასხვა მნიშვნელობებისათვის გამოთვლილია სათანადო ყველა საძიებელი სიდიდე და აგებულია მათი ცვლილებების გრაფიკები ერთ-ერთი კერძო შემთხვევისათვის, როცა $\eta = 1$ $\beta = 0,0037$ $\gamma = 0,04$ ზოგიერთი ძალეების სიდიდეები მოცემულია ცხრილი 4-ის სახით. მათი ნახაზების ანალიზის გვიჩვენებს, რომ ი. ლუდუშაურის მეთოდით მიღებული შედეგები უფრო ზუსტია, ემთხვევა ექსპერიმენტით მიღებულ შედეგებს და გაცილებით მარტივად წყვეტს დასმულ ამოცანას.

tbl 4

		wbkbylhekbfhcb P					
x	0	0 ²		0 ⁴		0 ⁶	
	y	0 ⁸	1				
$\gamma=1$		$\beta = 0,00471$				K=0	$\eta=5$
0	1&143428	1&114612	0&997494	0&739669	0&353218	_0&02721	
0 ²	1&136574	1&108605	0&998658	0&757577	0&377739	_0&058131	
0 ⁴	1&116812	1&09125	1&000932	0&806764	0&453565	_0 ¹⁰ 5768	
0 ⁶	1&086182	1&064838	1&002077	0&872714	0&585048	_0&044215	
0 ⁸	1^046541	1^033088	1^001228	0^943453	0^771807	0^298853	
1	0^996562	0^998381	0^998304	0^991815	0^999242	1^073681	
		wbkbylhekbfhcb H					
x	0	0 ²		0 ⁴			
	y	0 ⁶	0 ⁸	1			
$K=0$		$\eta=5$	$\gamma=1$	$\beta=0,00371$			
0	0	0	0	0	0	0	
0 ²	0	0^000966	0^002413	0^004533	0^006824	0^007652	
0 ⁴	0	0^001841	0^004577	0^008618	0^013096	0^014985	

0 ⁶	0	0 ⁰⁰²⁵³⁷	0 ⁰⁰⁶²⁷⁹	0 ⁰¹¹⁸⁴⁹	0 ⁰¹⁸²⁴⁷	0 ⁰²¹⁵⁸⁵
0 ⁸	0	0 ⁰⁰²⁹⁸⁵	0 ⁰⁰⁷³⁶²	0 ⁰¹³⁹¹²	0 ⁰²¹⁶⁹⁹	0 ⁰²⁶⁷⁰⁴
1	0	0 ⁰⁰³¹³⁸	0 ⁰⁰⁷⁷³⁵	0 ⁰¹⁴⁶¹⁸	0 ⁰²²⁹³⁷	0 ⁰²⁸⁹⁵⁴
wbkbylhek b uf hcb T						
x \ y	0	0 ²	0 ⁴			
	0 ⁶	0 ⁸	1			
K=0 η=5 γ=1 β=0,00371						
0	0	0	0	0	0	0
0 ²	0	0	0	0	0 ⁰⁰⁰⁰⁰¹	0 ⁰⁰⁰⁰⁰¹
0 ⁴	0	0	0	0 ⁰⁰⁰⁰⁰¹	0 ⁰⁰⁰⁰⁰¹	0 ⁰⁰⁰⁰⁰¹
0 ⁶	0	0	0	0 ⁰⁰⁰⁰⁰¹	0 ⁰⁰⁰⁰⁰¹	0 ⁰⁰⁰⁰⁰¹
0 ⁸	0	0	0	0	0 ⁰⁰⁰⁰⁰¹	0 ⁰⁰⁰⁰⁰¹
1	0	0	0	0	0	0

w[hbkb 4-bc ufuh'tkt, f

wbkbylhek b uf hcb Qx						
x \ y	0	0 ²	0 ⁴			
	0 ⁶	0 ⁸	1			
K=0 η=5						
γ=1 β = 0,00471						
0	0	-	-	-	-	-
		1 ⁰⁴⁵³⁶⁹	2 ⁰⁸⁸⁰⁰⁴	3 ¹²³²⁶²	4 ¹⁴⁵⁴⁰³	5 ¹⁵¹⁵⁵⁵
0 ²	0	-	-	-	-	-
		1 ⁰⁴⁵¹⁰³	2 ⁰⁸⁷⁶⁰⁸	3 ¹²³²²⁸	-4 ¹⁴⁶³²	5 ¹⁵²⁶⁶²
0 ⁴	0	-	-	-	-	-
		1 ⁰⁴⁴³³⁸	2 ⁰⁸⁶⁴⁴⁸	3 ¹²³⁰³⁶	4 ¹⁴⁸⁸⁶⁶	5 ¹⁵⁶⁵⁵¹
0 ⁶	0	-	-	-	-	-
		-1 ⁰⁴³¹⁶	2 ⁰⁸⁴⁶⁴⁴	3 ¹²²⁵⁰¹	4 ¹⁵²⁴⁹⁸	5 ¹⁶⁴⁷⁷⁷

0 ⁸	0	-	-	-	-	-
		1 ⁰⁴¹⁶⁷⁶	2 ⁰⁸²⁴⁰⁷	3 ¹²¹⁴⁶⁷	4 ¹⁵⁶⁴¹⁵	5 ¹⁷⁹²⁰⁷
1	0	-	-	-	-	-
		-1 ⁰³⁹⁸⁹	2 ⁰⁷⁹⁸⁴⁶	-3 ¹¹⁹⁶⁶	-4 ¹⁵⁹³⁶	5 ²⁰⁰⁴⁸⁶
wbkbylhek b uf hcb Qy						
x \ y		0	0 ²	0 ⁴		
		0 ⁶	0 ⁸	1		
		K=0	η=5	γ=1	β=0,00371	
0	0	0	0	0	0	0
0 ²	0 ²²⁸²²⁷	0 ²²²⁵²¹	0 ¹⁹⁹⁵⁸	0 ¹⁴⁹¹³⁸	0 ⁰⁷²²⁷³	0 ⁰⁰⁷⁶⁰⁶
0 ⁴	0 ⁴⁵³⁷⁶⁶	0 ⁴⁴²⁶⁸²	0 ³⁹⁹⁵⁴	0 ³⁰⁵¹³⁴	0 ¹⁵⁴⁵¹	0 ⁰²⁴⁵⁵³
0 ⁶	0 ⁶⁷⁴²²⁷	0 ⁶⁵⁸⁴¹³	0 ⁵⁹⁹⁸⁷³	0 ⁴⁷³¹⁰⁷	0 ²⁵⁷⁴¹⁹	0 ⁰⁴²⁷⁴⁷
0 ⁸	0 ⁸⁸⁷⁶⁴⁵	0 ⁸⁶⁸²⁶³	0 ⁸⁰⁰²³⁴	0 ⁶⁵⁵⁰⁷⁹	0 ³⁹²²⁴⁶	0 ⁰²³⁴³¹
1	1 ⁰⁹²¹⁷¹	1 ⁰⁷¹⁴⁶⁷	1 ⁰⁰⁰²³⁷	0 ⁸⁴⁹¹³⁴	0 ⁵⁶⁸⁹⁰⁶	0 ¹⁰⁵⁸⁴³
wbkbylhek b uf hcb Mx						
x \ y		0	0 ²	0 ⁴		
		0 ⁶	0 ⁸	1		
		K=0	η=5	γ=1	β=0,00371	
0	-	-	-	-	-	0
	24 ⁶³⁸⁰⁸⁹	23 ⁵⁶⁶²⁸²	20 ³⁸¹¹³⁵	-15 ²⁰¹⁴	8 ²⁸¹⁶⁹⁶	
0 ²	-	-	-	-	-	0
	24 ⁶⁵⁵⁴¹³	23 ⁵⁸⁷⁰⁹⁶	-20 ⁴¹¹²³	15 ²³⁹¹⁸⁶	8 ³¹⁰³⁶⁴	
0 ⁴	-	-	-	-	-	0
			-20 ⁴⁹⁷⁸²		-8 ³⁹⁷²³	

	24 ⁷⁰⁵⁰⁵⁵	23 ⁶⁴⁶⁸⁰⁵		15 ³⁴⁹²⁰⁶		
0 ⁶	24 ⁷⁸³⁴⁹⁷	23 ⁷⁴⁰⁸⁰³	20 ⁶³³²⁰³	15 ⁵²³³⁶¹	-8 ⁵⁴⁴⁴	0
0 ⁸	24 ⁸⁸⁴⁴⁵⁹	23 ⁸⁶¹⁶²⁸	-20 ⁸⁰⁵⁴	15 ⁷⁴⁷⁰⁴³	8 ⁷⁵⁰⁰⁹⁹	0
1	24 ⁹⁶⁸⁸⁵³	23 ⁹⁷⁰⁴⁰²	20 ⁹⁷³⁷¹¹	15 ⁹⁷⁹³³⁶	8 ⁹⁹²¹⁹³	0

w[hbkb 4-bc ufuh'tkt,f

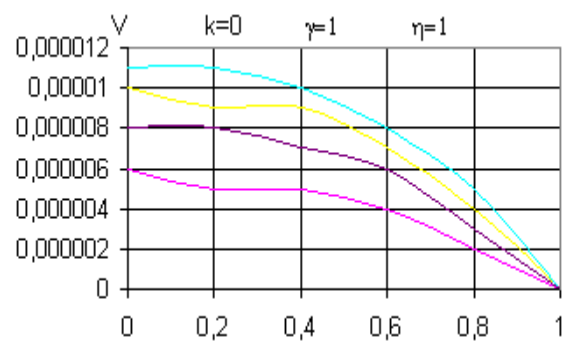
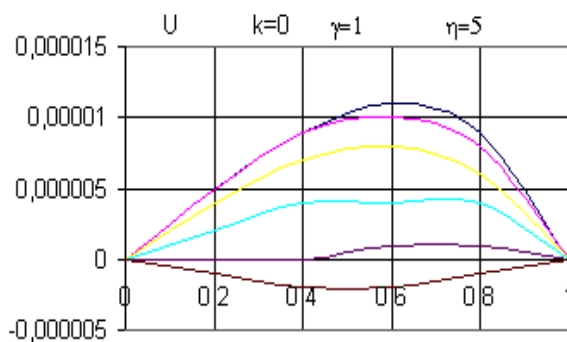
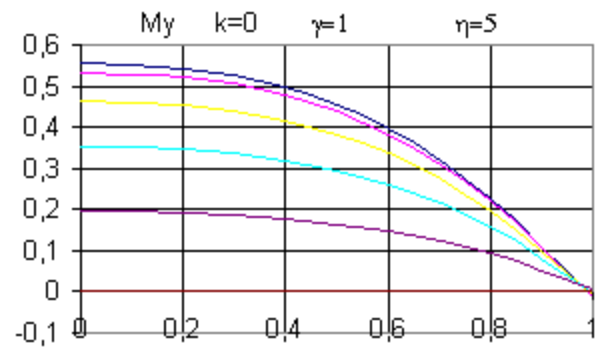
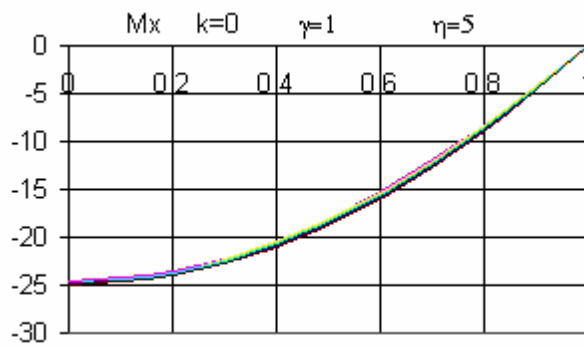
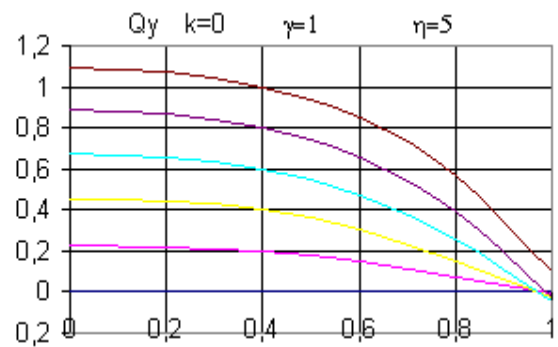
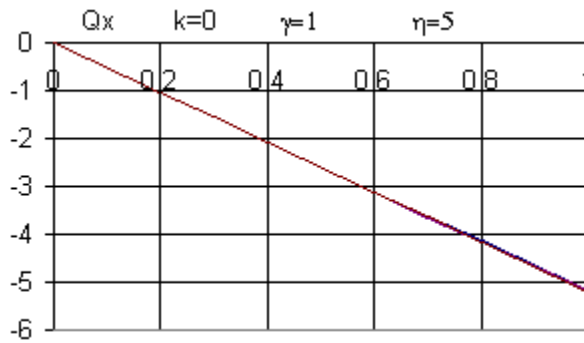
wbkbylhek b ufhc b My							
	0	0 ²	0 ⁴	0 ⁶	0 ⁸	1	
x							
y							
$\gamma=1$	$\beta = 0,00471$					K=0	$\eta=5$
0	0 ⁵⁵⁶⁶⁵³	0 ⁵⁴³⁵⁷⁹	0 ⁴⁹⁶²¹³	0 ³⁹⁵⁵⁶	0 ²²⁵³⁸¹	0 ⁰¹²⁸¹²	
0 ²	0 ⁵³³⁸⁹⁶	0 ⁵²¹⁴²²	0 ⁴⁷⁶⁴⁴	0 ³⁸⁰⁹⁴⁵	0 ²¹⁸⁴²⁹	0 ⁰¹²²³⁸	
0 ⁴	0 ⁴⁶⁵⁸⁸⁸	0 ⁴⁵⁵¹⁷⁷	0 ⁴¹⁷⁰⁶	0 ³³⁶³⁸	0 ¹⁹⁶⁵⁸⁷	0 ⁰⁰⁹³⁸¹	
0 ⁶	0 ³⁵³³⁹	0 ³⁴⁵⁴⁹⁵	0 ³¹⁷⁹³³	0 ²⁵⁹⁸⁸³	0 ¹⁵⁶⁸⁰⁶	0 ⁰⁰²⁶¹⁵	
0 ⁸	0 ¹⁹⁷⁵⁸¹	0 ¹⁹³³⁷	0 ¹⁷⁸⁹³⁵	0 ¹⁴⁸⁶⁹⁶	0 ⁰⁹³⁷⁹	0 ⁰⁰⁵²²⁵	
1	0 ⁰⁰⁰⁰⁰	0 ⁰⁰⁰⁰⁰	0 ⁰⁰⁰⁰⁰	0 ⁰⁰⁰⁰⁰	0 ⁰⁰⁰⁰⁰	0 ⁰⁰⁰⁰⁰	
wbkbylhek b ufhc b U							

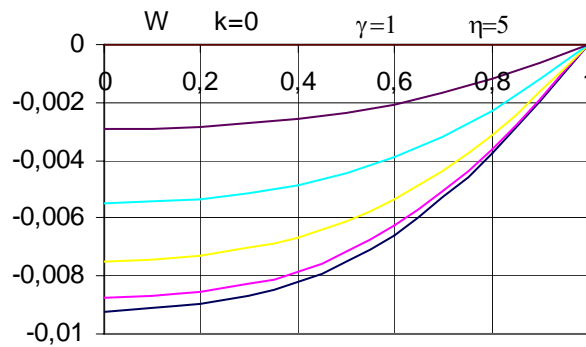
x y		0 ²					0 ⁴
		0		0 ⁸		1	
		K=0		η=5	γ=1	β=0,00371	
0	0	0 ⁰⁰⁰⁰⁰⁵	0 ⁰⁰⁰⁰⁰⁹	0 ⁰⁰⁰⁰¹¹	0 ⁰⁰⁰⁰⁰⁹	0	
0 ²	0	0 ⁰⁰⁰⁰⁰⁵	0 ⁰⁰⁰⁰⁰⁹	0 ⁰⁰⁰⁰¹	0 ⁰⁰⁰⁰⁰⁸	0	
0 ⁴	0	0 ⁰⁰⁰⁰⁰⁴	0 ⁰⁰⁰⁰⁰⁷	0 ⁰⁰⁰⁰⁰⁸	0 ⁰⁰⁰⁰⁰⁶	0	
0 ⁶	0	0 ⁰⁰⁰⁰⁰²	0 ⁰⁰⁰⁰⁰⁴	0 ⁰⁰⁰⁰⁰⁴	0 ⁰⁰⁰⁰⁰⁴	0	
0 ⁸	0	0	0	0 ⁰⁰⁰⁰⁰¹	0 ⁰⁰⁰⁰⁰¹	0	
1	0	-	-	-	-	0	
wbkbylhekb ufhcb V							
x y		0 ²					0 ⁴
		0		0 ⁸		1	
		K=0		η=5	γ=1	β=0,00371	
0	0	0	0	0	0	0	
0 ²	0 ⁰⁰⁰⁰⁰⁶	0 ⁰⁰⁰⁰⁰⁵	0 ⁰⁰⁰⁰⁰⁵	0 ⁰⁰⁰⁰⁰⁴	0 ⁰⁰⁰⁰⁰²	0	
0 ⁴	0 ⁰⁰⁰⁰⁰¹	0 ⁰⁰⁰⁰⁰⁹	0 ⁰⁰⁰⁰⁰⁹	0 ⁰⁰⁰⁰⁰⁷	0 ⁰⁰⁰⁰⁰⁴	0	
0 ⁶	0 ⁰⁰⁰⁰¹¹	0 ⁰⁰⁰⁰¹¹	0 ⁰⁰⁰⁰⁰¹	0 ⁰⁰⁰⁰⁰⁸	0 ⁰⁰⁰⁰⁰⁵	0	
0 ⁸	0 ⁰⁰⁰⁰⁰⁸	0 ⁰⁰⁰⁰⁰⁸	0 ⁰⁰⁰⁰⁰⁷	0 ⁰⁰⁰⁰⁰⁶	0 ⁰⁰⁰⁰⁰³	0	
1	0	0	0	0	0	0	

w[hbkb 4-bc ufuh'tkt, f

x y		0 ²					0 ⁴
		0		0 ⁸		1	
		K=0		η=5	γ=1	β=0,00371	
wbkbylhekb ufhcb W							

0	-	-	-	-	-	0
	0^{009214}	0^{008991}	0^{008205}	0^{006563}	0^{003784}	
0^2	-	-	-	-	-	0
	0^{008774}	0^{008561}	0^{007814}	0^{006253}	0^{003608}	
0^4	-	-	-	-	-	0
	0^{007489}	0^{007308}	0^{006672}	0^{005346}	0^{003093}	
0^6	-	-	-	-	-	0
	0^{005467}	0^{005335}	0^{004874}	0^{003911}	0^{002272}	
0^8	-	-	-	-	-	0
	0^{002888}	0^{002819}	0^{002577}	0^{002071}	0^{001207}	
1	0	0	0	0	0	0





U, V lf W uflfflubkt, bc rjvgjyntynt, bf[^] [jkj $B = \frac{Eh}{1-\nu^2}$,
 $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ &
 itdybiyjs[^] hjv se ~2[`] lf ~3[`] ojfcojhj, bc
 ufynjkt, t, blfy ufvdhbw[fds P_n^* -ehsbthsmvlt, bc htfmwbe
 `fkfc lf xfdskbs[^] hjv $W_x = W_y = W$ ^ vfiby vdbqt, s ufhcsf
 ntmybreh stjhbfiw wyj, bk wbkbylhekbc ufhc bc ojfcojhj, bc
 ufynjkt, fsf cbcntvfc&

3. დასკვნა

1. ნაჩვენებია, რომ ი. ღუდუშაურის თეორიით მიღებულ დრეკადობის თეორიის ამოცანების ამოხსნები გამოირჩევიან სწრაფი კრებადობით და მაღალი სიზუსტით. იგი მეტად მარტივია მათემატიკური თვალსაზრისით. უნარი აქვს წარმატებით გაუწიოს კონკურენცია რიცხვით მეთოდებს მარტივი სტრუქტურის მქონე ობიექტების განხილვისას.
2. კონკრეტული მაგალითების განხილვით დისერტაციაში მიღებული შედეგები პრაქტიკულად არ განსხვავდებიან კლასიკური დრეკადობის თეორიით სასაზღვრო პირობებით მიღებულ შედეგებისაგან, რაც ჩატარებული გამოკვლევის საიმედოობაზე მიუთითებს.
3. ფიქტიური სისტემების ურთიერთქმედების ძალები ხისტად ჩამაგრებული გვერდების გადაკვეთის წერტილიდან გამომავალ დიაგონალის გასწვრივ ნულის ტოლია, რაც ფიზიკური მოსაზრებებით მოსალოდნელიც იყო და კვლავ მიუთითებს ჩატარებული გამოკვლევის საიმედოობაზე.
4. ნაჩვენებია დამრეცი ცილინდრული გარსის გაანგარიშებისას ი. ღუდუშაურის მეთოდის უპირატესობა კლასიკურ მეთოდებთან შედარებით.
5. ჩატარებულია მთელი რიგი რიცხვითი ექსპერიმენტები მათემატიკური ალგორითმის სიზუსტისა და ამოხსნის კრებადობის დასადგენად

გამოყენებული ლიტერატურა

1. Тимошенко С.П. Войновский Кригер. Пластинки и оболочки. Гостехиздат. Москва. 1966.
2. Бубнов И.Г. Строительная механика корабля. СПб. 1912-1914. Ч. 1, 1912. VI. 330 с. Ч. 2.1914. 331-640, IV с
3. Бубнов И.Г. Труды по теории пластин. М. Гостехтеоиздат, 1953. 423 с.
4. Папкович П.Ф. Строительная механика корабля. Л. Судпромгиз, 1941. Ч. 2. 960 с.
5. Гвоздев А.А. Устойчивость тонких оболочек. Бетон и железобетон. № 10. 1961.
6. Алумяэ Я.А. Асимптотическое интегрирование уравнений статической устойчивости конической оболочки вращения / УПММ. 1957. Т. 21, вып.1. С.83-88.
7. Власов В.З. Строительная механика оболочек. М. ОНТИ. 1936. 263 с.
8. Власов В.З. Общая теория оболочек и ее приложение к технике. М. Гостехиздат. 1949. 784 с.
9. Пастернак Я.Л. Практический расчет складок и цилиндрических оболочек. Проектинстандарт. 1933. № 2. С.31-36.
10. Милейковский И.Е. Некоторые практические задачи по расчету покрытий типа цилиндрических оболочек. В сб. ЦНИПС. Стройиздат.
11. Милейковский И.Е., Кунар А.К. Гипары. Расчет и проектирование пологих оболочек покрытий в форме гиперболических параболоидов. М. Стройиздат, 1978. 223 с.
12. Векуа И.Н. Вариационные принципы построения теорий оболочек. Тбилиси: Изд-во Тбил. ун-та, 1970.
13. Векуа И.Н. Некоторые общие методы построения теорий оболочек. М. Наука, 1982, 286 с.
14. Векуа И.Н. Об одном варианте теории тонких оболочек. Новосибирск, 1964. 68 с.
15. Гузь А.Н., Чернышенко И.С., Шперенко К.И. Сферические днища, ослабленные отверстиями. Киев. Наукова думка, 1970.
16. Гудушаури И.И. Теория упругости в обыкновенных дифференциальных уравнениях. Тбилиси «Мецниереба». 1990. 447 с.

17. Микеладзе Ш.Е. Статика анизотропных пластичных оболочек. Изд. АН ГССР. Тбилиси, 1963.
18. Микеладзе Ш.Е. Введение в техническую теорию идеально-пластичных тонких оболочек. Изд-во «Мецნიერება». Тбилиси. 1969.
19. მ. მიქელაძე. გარსთა თეორიის საფუძვლები. თბილისი. განათლება. 1974.
20. მ. მიქელაძე. ფილების ღუნვის თეორია. თბილისი. „განათლება“. 1976.
21. Ониашвили О.Д. Расчет оболочек и других тонкостенных пространственных конструкций. Строительная механика в СССР. 1917. – 1967. – М. Стройиздат, 1969.
22. Амбарцумян С.А. Теория анизотропных пластин. Физматгиз. 1974. 446 с.
23. Булия Н.П. Напряженно-деформированное состояние пологих упругих оболочек с отверстиями при изгибе. Научн. произв. об-ние нар. образования ГССР. Тбилиси 1991. 178 с.
24. Вайнберг Д.В., Жданов В.З. Матричные алгоритмы в теории оболочек вращения. Киев. Издательство при Киев. ун-те, 1967. 164 с.
25. Ворович И.Я., Лебедев Л.П. О существовании решения из нелинейной теории пологих оболочек. ПММ. 1972. Т. 36, вып. 4. С.691-704.
26. Галимов С.З. Основы нелинейной теории тонких оболочек: (учеб. пособие). Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1975. 326 с.
27. Гольденвейзер А.Л. О применении общих теорем теории упругости к тонким оболочек. «Прикладная мат. и мех.» т. 8. вып. 6. 1944.
28. Григоренко Я.М. Решение задач теории оболочек методами численного анализа. Прикладная механика, 1984, 20, № 10.
29. Григолюк Э.Я., Кабанов В.В. Устойчивость оболочек. М. Наука, 1978. 409с.
30. Пелех Б.Л. Теория оболочек с конечной сдвиговой жесткостью. Киев. Наук. думка, 1973. 248 с.
31. Пономарев С.А. и др. Расчеты на прочность в машиностроении. Т. 2. М. Машгиз. 1958.
32. Кон С.Я., Каплан Ю.И. Расчет цилиндрических оболочек покрытий зданий. Киев: Выша школа, 1973. 243 с.
33. Poisson S.D. Memoire sur les surfaces elastiques. 1814. Paris, Mem.

34. Ляв А. Математическая теория упругости. Пер. с англ., ОНТИ, Москва. 1935.
35. Navie L.M.H. Memoire sur la flexion des plans elastiques. Extrait des recherches sur la flex ion des plans elastiques Soc. philomath, juin et juillet. 1823. P. 92.
36. Галеркин Б.Г. Упругие тонкие плиты. Л.-М.: Госстройиздат, 1933. 371 с.
37. Галеркин Б.Г. Собрание сочинений. Т. II. Москва, Изд. АН СССР. 1953.
38. Галеркин Б.Г. Собрание сочинений. Т. III. Москва., Изд. АН СССР. 1953
39. Бате К., Вильсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов / Перевод с англ. – М. Стройиздат, 1975. 370 с.
40. Васильев В.В. О теории тонких пластин (обзор). Изв. Акад. наук. МГТ. №3. 1992.
41. Ворович И.И. Некоторые математические вопросы теории пластин и оболочек. М. Наука. 1966.
42. Вольмир А.С. Гибкие пластины и оболочки. М. Гостехтеориздат, 1956. 419с.
43. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек. М. Наука, 1972. 432 с.
44. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем: 2-е изд. перераб. и доп. М. Наука, 1967. 984 с.
45. Гузь А.Н., Бабич И.Ю. Трехмерная теория устойчивости стержней пластин и оболочек. Киев: Кища школа, 1988. 167 с.
46. Доннелл Л.Г. Балки, пластины и оболочки. Пер. с англ. Л.Г Корнейчука; Под ред. Э.И. Григолюка. М. Наука. 1982. 567 с.
47. Кипиани Г.О. Теоретическое решение и расчет сборных дорожных покрытий на основе исследования слоистых пластин с разрезами. Труды ГТУ, 2001. № 6(439). С. 71-74.
48. Коваленко А.Д. Пластины и оболочки в роторах турбомашин. Изд-во АН УССР, Киев, 1955.
49. Лейбензон Л.С. Курс теории упругости. ОГИЗ. М.-Л., 1947.
50. Михайлов Б.К. Пластины и оболочки с разрывными параметрами. Изд. ЛГУ, 1980.
51. Прагер В. Проектирование пластинок наименьшего веса. Сб. пер. «Механика». 1956.

52. Ржаницын А.Р. Составные стержени и пластинки. М. Стройиздат, 1986. 326 с.
53. Ржаницын А.Р. Предельное равновесие пластинок и оболочек. М. Наука. 1983. 288 с.
54. Савин Г.Я., Тульчий В.И. Пластинки, подкрепленные составными кольцами и упругими накладками. Киев. Наук. думка. 1971. 268 с.
55. Савин Г.Я., Флейшман Я.П. Пластинки и оболочки с ребрами жесткости. Киев. Наук. думка. 1964. 384 с.
56. Тархнишвили В.А. Расчет тонких упругих пластинок и оболочек с отверстиями. Тбилиси. 1990.
57. Шапиро Г.С. Изгиб полубесконечной плиты, лежащей на упругом основании. ПММ. 1943. Т. 7, вып. 6. С. 316-320.
58. Шапиро Г.С. Упруго-пластический изгиб круглой пластинки и существование решения жестко-пластической задачи. Изв. АН СССР. ОТН. 1961. № 2. С. 142-146.
59. Ширко И.В. О форме равнопрочной пластинки. Инж. журнал. Т. 6, вып. 2. 1965.
60. Черепанов Г.П., Кулиев С.А. Пластины и оболочки переменной толщины. Прикладная механика. 1979. 15, № 12.
61. ცხვედაძე რ., ღუღუშაური ი. სწორკუთხედის ფორმის თხელი ფილის ღუნვაზე გაანგარიშების ზოგიერთი ამოცანის ზუსტი გადაწყვეტა. საერთაშორისო სიმპოზიუმის შრომები ჰიდროტექნიკურ ნაგებობათა პროექტირების, მშენებლობისა და ექსპლოატაციის პრობლემებზე. თბილისი, 2000. გვ. 15-19.
62. ცხვედაძე რ., ბაციკაძე თ., ტაბატაძე დ. დრეკად ფუძეზე მდებარე ფილის ანგარიში ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებებში. თხელკედლიანი სივრცითი სისტემების პრობლემებისადმი მიძღვნილი საერთაშორისო სიმპოზიუმის შრომები. თბილისი, 4-5 ივლისი 2000. გვ. 91-95.
63. ცხვედაძე რ., ღუღუშაური ი. კონტურით ხისტად ჩამაგრებული სწორკუთხედის ფორმის თხელი ფილის ღუნვის ამოცანის ზუსტი გადაწყვეტა ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებებში. შურ. „ნაგებობათა თეორია და სეისმომედეგობა“. № 2. თბილისი. 2001. გვ. 185-192.
64. Nash W.A. Bibliography on shells and shell-like structures. Part 1. David Taylor Model Bas. Report, 803. 1954. Part II. Dep. of Eng. Mech. Univ. of Florida. 1957.

65. Reissner E. A note on generating generalized two-dimensional plate and shell theories. ZAMP. 1977. 28. P. 633-642.
66. Reissner E. On asymptotic expression for circular cylindrical shells. J. Appl. Mech. 1964. 31. P. 245-252.
67. Reissner E. On asymptotic solutions for nonsymmetrical deformations of shallow shells of revolution. Int. J. Engin. Sci. 1964. 2. p. 27-43.
68. Reissner E. On axisymmetrical deformations of thin shells of revolution. Proceedings of Symposia in Applied Mathematics. Volume III, Elasticity. McGraw-Hill Book Company, Inc. New York, Toronto, London, 1950. P. 27-52.
69. Reissner E. On the derivation of the theory of thin elastic shells. Math-Phys. 1963. 42. P. 263-277.
70. Green A.J., Adkins J.E. Large elastic deformations, 2-nd ed. Oxford, London, New York: Univ. Press, 1970.
71. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М. Наука, 1966.
72. Купрадзе В.Д., Гегелия Т.Г., Бурчуладзе Т.В., Башалеишвили М.О. Трёхмерные задачи математической теории упругости и термоупругости. Москва, Наука, 1976.
73. Микеладзе М.Ш. Некоторые задачи строительной механики. М.-Л. 1948.
74. Микеладзе М.Ш. Численные решение системы дифференциальных уравнений ПММ. Т. 17. вып. 3. 1953.
75. Варвак П.М. Приближенный расчет пластинок средней толщины. Сб. тр. Киевского стр. института 3, 1936, Водный трансп. № 1, 1944.
76. Гудушаури И.И., Джакели А.В. О некоторых вопросах расчета сооружений с фундаментной плитой на упругом основании. Сообщение АН ГССР. 110. № 1, 1983. 4 с.
77. ი. ღუდუშაური, გ. ყალაბეგაშვილი, დ. ტაბატაძე. სხვადასხვა ფორმის განივი კვეთის დახრილ არხში (წყალსატარში) სითხის ლამინარულ დინებაზე ამოცანების ზუსტი გადაწყვეტა. ჟ. „ენერჯია“ 1(13). თბილისი. 2000.
78. ი. ღუდუშაური. უწყვეტ ტანთა მექანიკის ზოგად მეცნიერებაში შექმნილი ახალი მიმართულების პრაქტიკული მნიშვნელობის შესახებ. სტუ-ს საერთაშორისო სიმპოზიუმის შრომები. თბილისი. 2001.
79. ი. ღუდუშაური. უწყვეტ ტანთა მექანიკის ზოგად მეცნიერებაში შექმნილი ახალი მიმართულების პრაქტიკული რეალიზაციის

ზოგიერთი შედეგის შესახებ. „ნაკებობათა თეორია და სეისმომედეგობა“. № 2. თბილისი. 2001.

80. Gudushauri I., Kipiani G., Danelia D. Algorithm of solving for the concrete problem of calculating the rectangular plate with the hole of the same form. Problems of Applied Mechanics. Tbilisi, 2000. № 1.
81. Калабегашвили М.Г. О расчете кольцевых плит с круговыми шарнирами (на груз. языке). Сообщ. АН ГССР, 72, № 2. 1974.
82. ღუღუშაური ი. კლასიკურ გარსთა თეორიაში დაკანონებული სასაზღვრო პირობების შესაძლო სრულყოფის შესახებ. უწყვეტ ტანთა მექანიკის პრობლემებზე საერთაშორისო სიმპოზიუმის შრომები. სტუ. თბილისი. 1997.
83. Банцури Р.Д., Исаханов Р.С. Об одной задаче теории упругости для области с неизвестной частью границы. Сообщ. АН ГССР, 116, № 1, 1984. С. 4-48.
84. Вашакмадзе Т.С. Теорий упругих пластин. Успехи механики т. II, вып. 3. 1988.
85. Гордезиани Д.Г. Методы декомпозиции в задачах теории упругости. «Статика и динамика тонкостенных конструкций». Тбилиси. 1990.
86. Мухадзе Л.Г. Некоторые методы расчета пологих прямоугольных оболочек. «Строительство и архитектура». Тбилиси. 1961. № 9-10.
87. Думбадзе А.А. Длительная прочность некоторых композитных материалов, применяемых в конструкциях. ИЛ. серия «строительство и архитектура». № 16. Груз. НИИНТИ. Тбилиси. 1983.
88. Алумяэ Я.А. Теория упругих оболочек и пластинок // Механика в СССР за 50 лет. М. Наука, 1972. С. 227-226.
89. Джanelidze Г.И. Обзор работ по теории изгиба тонких плит. Опубликованных в СССР/У ПММ. 1948. Т. 12, вып. 1. С. 109-128.
90. Немиш Ю.Я., Чернопиский Д.И. Упругое равновесие гофрированных тел. Киев. Наук. думка. 1983. 188 с.
91. Naghdi P.M. On the theory of thin elastic shells. Quart. Appl. Math. 1957. 14. P.369-380.
92. Какушадзе А.М. Установление граничных условия при расчете плит произвольного очертания. Тбилиси, 1959.
93. Габричидзе Г.К. Некоторые итерационные схемы расчета сложных упругих систем. Строительная механика простр. конструкций. вып. 3. «Мецნიერება». Тбилиси. 1975.

94. Базгадзе Г.Ш., Калабегашвили М.Г. К теории рациональных упруго-пластичных сопряженных цилиндрических оболочек. Сообщ. АН ГССР, 95, № 2, 1979.
95. Бастатский Б.Н. Модификация метода Бубнова-Галеркина в задачах теории пологих оболочек СМ и РС, 1985, № 5.
96. Вайнберг Д.В., Синявский А.Л. Расчет оболочек. Киев: Госстойиздат УССР, 1961, 119 с.
97. Валишвили Н.В. Методы расчета оболочек вращения на ЭЦВМ. М. 1976. 278 с.
98. Григоренко Я.М., Василенко А.Т., Панкратия Я.Д. Статика анизотропных толстостенных оболочек. Киев. Вища школа, 1985. 190 с.
99. Данелия Д.К., Мухадзе Г.М. Решение различных граничных задач пологих оболочек с применением комбинированного контурного элемента. Тр. ГТУ № 6(226). 1992.
100. Дикович В.В. Пологие прямоугольные в плане оболочки вращения. Л. Госстройиздат. 1960. 143 с.
101. Лурье А.И. Теория упругости. Наука. Москва, 1970.
102. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. Л. Судостроение, 1962.
103. Работнов Ю.И. Пластинки и оболочки. Механика в СССР за тридцать лет. М. Гостехиздат. 1950. 545 с.
104. Meissner E. Das Elastizitätsproblemi für durme Schalen von Ringflächen, Kugeloder Kegelform. Phys. Z., 14. JSfe 8. 343. 1910.
105. Meissner E. Das Elastizitätsproblemi für durme Schalen von Ringflächen, Kugeloder Kegelform. Phys. Z., 14. JSfe 8. 343. 1912.
106. Григоренко Я.М., Мукоед А.Я. Решение задач теории оболочек на ЭВМ. Киев: Вища школа, 1979. 279 с.
107. Гузь А.Н., Чернышенко И.С., Чехов В.Н. и др. Цилиндрические оболочки ослабленные отверстиями. Киев. Наукова думка, 1974.
108. Кац С.Я. Строительная механика оболочек. М. Машиностроение. 1966. 508 с.
109. რეხვიაშვილი გ., დანელია დ., ცხვედაძე რ. ცილინდრული გადახურვის გაანგარიშება ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებებში. ჟურნალი „ინტელექტი“ № 2006.
110. Стельмах С.М. Формулы и таблицы для расчета пологих сферических и цилиндрических оболочек с прямоугольным и квадратным опорным контуром. Ташкент. 1964.

111. Абовский Н.В., Андреев П.П., Деруга А.П. Вариационные принципы теории упругости и теории оболочек. М. 1978. 288 с.
112. Ворович И.Я. Статистический метод в теории устойчивости оболочек. ПММ. 1959. Т. 23, вып. 5. С.885-892.
113. Муштари Х.М., Галимов С.З. Нелинейная теория упругих оболочек. Казань. Таткнигоиздат, 1957. 431 с.
114. Григолюк Э.Я., Толкачев В.М. Контактные задачи теории пластин и оболочек. М. Машиностроение, 1980. 416 с.
115. Колосов Г.В. Применение комплексной переменной к теории упругости. Москва, ОНТИ. 1935.
116. Безухов Н.И., Лужин О.В. Приложение теории упругости и пластичности к решению инженерных задач. М. – 1979.
117. Болотин В.В. Статистические методы в строительной механике. 2-е изд. перераб. и доп. М. Стройиздат, 1965. 279 с.
118. Дишингер Ф. Оболочки: Тонкостенные железобетонные купола и своды. Пер. с нем. Под ред. П.Я Каменцева, С.З. Гинзбурга, И.Г. Иванова-Дятлова. М. Л. Госстройиздат, 1932. 270 с.
119. Лизин В.Т., Ляткин В.А. Проектирование тонкостенных конструкций. 2-е изд., перераб. и доп. – М. Машиностроение. 1985.
120. Михайлов Б.К., Кипиани Г.О. Деформированность и устойчивость пространственных пластинчатых систем с разрывными параметрами. Санкт-Петербург. Стройиздат СПб. 1996.
121. Рикардо Р.В., Тетере Г.А. Устойчивость оболочек из композитных материалов. Рига. Зинатне, 1974. 310 с.
122. Родионова В.А. Теория анизотропных оболочек с учетом поперечных сдвигов и обжатия. Л. Изд-во ЛГУ, 1983. 116 с.
123. Серов Н.Л. Устойчивость оболочек вращения при некоторых видах нагрузок. Л. Изд-во ЛГУ, 1974. 207 с.
124. Руководство по проектированию железобетонных пространственных конструкций покрытий и перекрытий. М. Стройиздат, 1979. 421с.
125. Argyris J.H., Kelsey S. Energy theotems and structural analysis. London: Butterwirths, 1969. 83 p.
126. Apeland. Analysis of bending stresses in nanslational shells, including anisotropic and inhomogeneous properties. Trondheim. Norges tekniske vitonskapsakad, 1963, VI, 161 p.

127. Кантон Б.Я. Нелинейные задачи теории неоднородных пологих оболочек. Киев: Наук. думка. 1971. 136 с.
128. Рейсснер Г. Сб. пер. Механика. № 5. 1953.
129. Ван-Цзи-Де. Прикладная теория упругости. М., 1959.
130. Васильков Б.С., Волошихин Л.А. Расчет складок с продольной кривизной. Строительные конструкции. Теория и методы расчета Тр. ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко. – 1970. Вып. 8. – С. 105-111.
131. Ильин В.П., Карпов В.В., Масленников А.М. Численные методы решения задач строительной механики. Минск. Высшая школа, 1990.
132. Ильюшин А.А., Ленский В.С. Соппротивление материалов. М., 1959.
133. Расчет трехслойных панелей. Александров А.Я., Брюккер Л.Э., Куршин Л.М., Прусаков А.П. Под общ. ред.Александрова А.Я., Куршина Л.М. М. Оборонгиз, 1960. 271 с.
134. Расчеты и испытания на прочность: метод и программа расчета на ЭВМ осесимметричных оболочечных конструкций при учете физической и геометрической нелинейностей. Метод, рекомендации: МР.-200– 86 /Разраб. Корнишин М.С. и др М. 1986. 32м с.
135. Расчеты к испытания на прочность: метод и программа расчета на ЭВМ пологих оболочек сложной формы: Метод рекомендации: МР. 145 – 84 Разраб. Кантор Б.Я., Пупков Л.И. М. 1984. 26 с.
136. Рикардо Р.В. Метод конечных элементов в теории оболочек и пластин. Рига. Зинатие. 1986.
137. Рогалевиц В.В., Логинская А.А. Метод коллокации при исследовании гибких и пологих оболочек переменной толщины в ++++++
138. Саченков А.В. Об устойчивости оболочек за пределом упругости. Изв. Казан, филиала АН СССР. Сер. физ. мат. и техн. наук. Вып. 10. Казань. Тат-книгоиздат, 1956.
139. Чирас А.А. Теория надежности и оптимальное проектирование. «Литовский механический сборник». № 2(3). 1968.
140. Образцов И.Ф. Изгиб и кручение многозамкнутых кессонных конструкций. М. Оборонгиз. 1957. 68 с. Труды МАИ, вып. 86.
141. Образцов И.Ф. К расчету тонкостенных стержней на устойчивость при изгибе. М. Оборонгиз. 1953. 87 с. Труды МАИ, вып. 86.
142. Штаерман Я.Я. Расчет купола как арки на упругом основании. Проект и стандарт. 1933. № 9. С. 21-25.

143. Расчет упругих конструкций с использованием ЭВМ. Пер. с англ. под ред. Филина А.П. В 2 т. Л.Г. – Судостроение, 1974. Т. 1. 308 с. Т. 2. 312 с.
144. რეხვიაშვილი გ. ერთი გვერდით ხისტად ჩამაგრებული სწორკუთხედის ფორმის თხელი კონსოლური ფილის ღუნვის ამოცანის ზუსტი გადაწყვეტა ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებებით. მეცნიერება და ტექნოლოგიები. № 1-3. 2003.
145. Новожилов В.В. Теория упругости. Судпромгиз. Л. 1958.
146. რეხვიაშვილი გ. სწორკუთხედის ფორმის ფილის ღუნვაზე ამოცანის გადაწყვეტა ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებებში. სამეცნიერო კონფერენცია „მშენებლობა და XXI საუკუნე“. თბილისი, 2005.
147. რეხვიაშვილი გ., უსუფაშვილი მ., მაცაბერიძე თ. კონსოლური ფილის ღუნვაზე გაანგარიშების ამოცანის გადაწყვეტა ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებებში. საერთაშორისო სიმპოზიუმის შრომები. 2000.
148. რეხვიაშვილი გ. ჰიდროსტატიკური დატვირთვის გავლენით კონსოლური ფილის „ცილინდრული ღუნვის“ შესწავლა ი. ღუდუშაურის მეთოდით. მოხს. თეზისები. რესპუბლიკურ კონფერენციის. თბილისი. 2001.
149. Смирнов А.Ф. Применение в строительной механике ЭЦВМ. В сб. Строительная механика в СССР. 1917-1967. М. Стройиздат. 1969.

```

PROGRAM Gr70
c   თავისუფლად დაყრდნობილი ფილა
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      COMMON /C/A(700,701),B(700),IP0(5)
      DIMENSION A1(700),A2(700),A3(700),A4(700),A5(700),A6(700),
1A7(700),A8(700),A9(700)
      open(5,file='ric1.dat')
      Q1=0.3
      ETA=1.
      M11=6
      N11=6
      M12=M11-1
      N12=N11-1
      I2=0
      I11=1
      I12=1
      I99=1
      I77=1
      J8=2*(N12*M12-1)
      IP0(1)=J8
      J21=J8+1
      DO 21 I=1,J8
      DO 21 J=1,J21
      A(I,J)=0.
21  CONTINUE
7   X1=1./(M11-1.)
      Y1=1./(N11-1.)
      N1=1
6   N2=N1-1
      Y=N2*Y1
      M1=1
5   M2=M1-1
      X=M2*X1
      IF(I99.EQ.2) GO TO 170
c   IF(N1.EQ.N11) GO TO 14
c   IF(M1.EQ.M11) GO TO 111
      IF(N1.EQ.1) GO TO 111
      IF(M1.EQ.1) GO TO 11
      IF(N1.EQ.N11.AND.M1.EQ.M11) GO TO 14
143 I1=I2+1
      I2=I2+2
170 J1=0
      J2=N12*M12-1
c   WRITE(5,212) i1,i2,i3,i4,j1,j2,j3,j4,N1,M1
      I14=0
      I15=J2
      DO 4 N=1,N12
      DO 3 M=1,M12
      IF(N.EQ.N12.AND.M.EQ.M12) GO TO 10
c   write(5,212) J1,J2,J3,J4,I12
      J1=J1+1
      J2=J2+1
      Y3=N*Y
      S1=DSIN(Y3)
      C1=DCOS(Y3)
      X3=M*X
      S2=DSIN(X3)
      C2=DCOS(X3)
      AN=N*1.
      C3=DCOS(AN)
      S3=DSIN(AN)

```

```

AM=M*1.
S4=DSIN(AM)
C4=DCOS(AM)
c   write(5,212) j1,j2,j3,j4,I12
F1XY=1./M**2*((C2-C4)/M**2+(X**2-1)/2*C4)*C1
F2XY=Q1/ETA**2*(C2-C4)/(M**2*N**2)*(C1-C3)
F3XY=1./(N**2*ETA**4)*((C1-C3)/N**2+(Y**2-1)/2*C3)*C2
IF(I12.EQ.2) GO TO 9

A(I1,J1)=F1XY+2*F2XY+F3XY
A(I1,J2)=F1XY-F3XY
A(I1,J21)=-(.4*(.6*(X**4-1)-(X**2-1))
1+Q1/(4*ETA**2)*(X**2-1)*(Y**2-1))

A(I2,J1)=(.1*N)/M**2*(S2/M-X*C4)+Q1/ETA**2*S2/(M*N)*S1
A(I2,J2)=(.1*N)/M**2*(S2/M-X*C4)+1/ETA**2*S2/(M*N)*S1
A(I2,J21)=-Q1*X*Y
GO TO 10

9   K11=1
I14=I14+1
I15=I15+1
c   write(5,212) i14,i15,I12
T1=T1+(B(I14)*C2*C1)
T2=T2+(B(I15)/(M*N)*S2*S1)
T3=T3+(B(I14)/M*S2*C1)
T4=T4+(B(I14)/N*C2*S1)
T5=T5+( (B(I14)+B(I15))/M**2*(C2-C4)*C1)
T6=T6+( (B(I14)-B(I15))/N**2*(C1-C3)*C2)
T7=T7+( -( (B(I14)+B(I15))*F1XY+(B(I14)-B(I15))*F2XY) )
T8=T8+( ( (B(I14)+B(I15))*F2XY+(B(I14)-B(I15))*F3XY) )
T9=T9+B(I15)

10  K10=1
c   write(5,212) J1,J2,I12
c   write(5,212) I14,I15,I16,I17,I12
3   CONTINUE
4   CONTINUE
IF(I11.EQ.1) GO TO 11
A1(I13)=T1
A2(I13)=T2/(ETA)
A3(I13)=(-X-T3)
A4(I13)=(T4)/(ETA)
A5(I13)=- (X**2-1)/2+T5)
A6(I13)=-T6/(ETA**2)
A7(I13)=- (.4*(.6*(X**4-1)-(X**2-1))+T7)
A8(I13)=- (Q1/(4*ETA**2)*(X**2-1)*(Y**2-1)+T8)
A9(I13)=- (1+Q1)/ETA**2*T9
I13=I13+1
T1=0.
T2=0.
T3=0.
T4=0.
T5=0.
T6=0.
T7=0.
T8=0.
T9=0.

11  M1=M1+1
IF(M1.LE.M11) GO TO 5
111 N1=N1+1
IF(N1.LE.N11) GO TO 6
14  IF(I99.EQ.2) GO TO 12

```

```

c      DO 101 I=1,12
c      WRITE(5,211) (A(I,J),J=1,J21)
c 101  CONTINUE
      CALL GAUS
      WRITE(5,214) (B(I),I=1,J8)
      I13=1
      I11=I11+1
      I12=I12+1
      I99=I99+1
      I77=I77+1
      T1=0.
      T2=0.
      T3=0.
      T4=0.
      T5=0.
      T6=0.
      T7=0.
      T8=0.
      T9=0.
      GO TO 7
12    J2=(N11*M11)
      write (5,103)
      write (5,102)
      WRITE (5,213) (A1(I),I=1,J2)
      write (5,102)
      WRITE (5,213) (A2(I),I=1,J2)
      write (5,102)
      WRITE (5,213) (A3(I),I=1,J2)
      write (5,102)
      WRITE (5,213) (A4(I),I=1,J2)
      write (5,102)
      WRITE (5,213) (A5(I),I=1,J2)
      write (5,102)
      WRITE (5,213) (A6(I),I=1,J2)
      write (5,102)
      WRITE (5,213) (A7(I),I=1,J2)
      write (5,102)
      WRITE (5,213) (A8(I),I=1,J2)
      write (5,102)
c      WRITE (5,213) (A9(I),I=1,J2)
211  FORMAT (6F10.4)
212  FORMAT (8I5)
214  FORMAT (6F10.4)
213  FORMAT (6F10.4)
102  FORMAT (68(1H-))
103  FORMAT (1x)
      STOP
      END
      subroutine gaus
      implicit real*8(a-h,o-z)
      COMMON/C/A(700,701),B(700),IP0(5)
      DIMENSION AMN(700)
      dimension z(700),ix(700)
150  format(6f11.4)
160  format(//,20x,'rehenie cictem',//)
c      write(5,160)
c      write(*,*)'sistem'
      is=ip0(1)
      is1=is+1
      do 60 i=1,is
      ix(i)=i

```

```

60 continue
  do 61 n=1,is
    t=0
    do 62 i=n,is
      do 62 j=n,is
        if(dabs(a(i,j)).le.t) go to 62
        t=dabs(a(i,j))
        k=i
        m=j
62 continue
      if(k.eq.n) go to 13
      do 14 ip=n,is1
        t=a(n,ip)
        a(n,ip)=a(k,ip)
        a(k,ip)=t
14 continue
13 if(m.eq.n) go to 15
      do 16 ip=1,is
        t=a(ip,n)
        a(ip,n)=a(ip,m)
        a(ip,m)=t
16 continue
      ip=ix(n)
      ix(n)=ix(m)
      ix(m)=ip
15 continue
      j=is+2
30 j=j-1
      a(n,j)=a(n,j)/a(n,n)
      if(j.gt.n) go to 30
      n1=n+1
      do 61 i=n1,is
        do 61 j=n1,is1
          a(i,j)=a(i,j)-a(i,n)*a(n,j)
61 continue
      i=is1
40 i=i-1
      z(i)=a(i,is1)/a(i,i)
      k=i
50 k=k-1
      a(k,is1)=a(k,is1)-a(k,i)*z(i)
      if(k.gt.1) go to 50
      if(i.gt.2) go to 40
      z(1)=a(1,is1)/a(1,1)
      do 21 k=1,is
        do 21 i=1,is
          if(k.eq.ix(i)) amn(k)=z(i)
21 continue
29 format(//,120(1h-),///// )
c   write(5,150)(amn(i),i=1,is)
c   write(5,29)
c   write(*,*)amn
      do 31 i=1,is
        b(i)=amn(i)
31 continue
      return
      end

```

```

c      PROGRAM RS46
c      ცილინდრული გარსი 2006
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      COMMON /C/A(700,701),B(700),IP0(5)
      DIMENSION A1(700),A2(700),A3(700),A4(700),A5(700),A6(700),
1A7(700),A8(700),A9(700),A10(700),A11(700),A12(700),A13(700),
1A14(700),A15(700),A16(700)
      open(5,file='ricl.dat')
      Q1=0.17
      ETA=5.
      D=2.5*10.**5
      q=1.
      R=10.
      GA=1./2.
      BT=0.00371
      I3=0
      I11=1
      I12=1
      I99=1
      I77=1
      M11=6
      N11=6
      N12=N11-2
      M12=M11-2
      J8=3*(N12*M12)
      J21=J8+1
      IP0(1)=J8
      DO 21 I=1,J8
      DO 21 J=1,J21
      A(I,J)=0.
21  CONTINUE
7   X1=1./(M11-1.)
   Y1=1./(N11-1.)
   N1=1
6   N2=N1-1
   Y=N2*Y1
   M1=1
5   M2=M1-1
   X=M2*X1
500 IF(I12.EQ.2) GO TO 170
202 IF(N1.EQ.N11) GO to 14
   IF(M1.EQ.M11) GO TO 111
203 IF(M1.EQ.1) GO to 11
   IF(N1.EQ.1) GO TO 111
149 I1=I3+1
   I2=I3+2
150 I3=I3+3
170 J1=0
   J2=N12*M12
   J3=2*J2
c      WRITE(5,212) i1,i2,i3,I12
   I14=0
   I15=J2
   I16=2*J2
   DO 4 N=1,N12
   DO 3 M=1,M12
c      write(5,212) J1,J2,J3,J4,I12
   J1=J1+1
   J2=J2+1
   J3=J3+1
   Y3=N*Y

```

```

S1=DSIN(Y3)
C1=DCOS(Y3)
X3=M*X
S2=DSIN(X3)
C2=DCOS(X3)
AN=N*1.
C3=DCOS(AN)
S3=DSIN(AN)
AM=M*1.
S4=DSIN(AM)
C4=DCOS(AM)
C    write(5,212) j1,j2,j3,j4,I12
FX=1./24.*(X**4-6*X**2+5)
BMN=12*(1+Q1)*BT**2/(GA**2*M**2*N**2)
F18X=((M**2/(N**2*ETA**2)-Q1)*C2+Q1/M*S4)*S3/N
F28X=BMN*(S3/N-C3)*((C2-C4)/ETA+Q1/(1-Q1**2)
1*(S4/M-C4)*(Q1/ETA+ETA*R))
F38X=((M**2/(N**2*ETA**2)-Q1)*(C2-C4)/M**2-Q1/(2*M)*(X**2-
1)*S4)
1*S3/N
F48X=BMN*(S3/N-C4)*(1/ETA*((C2-C4)/M**2+(X**2-1)/2*C4)
1-(X**2-1)/2*Q1/(1-Q1**2)*(S4/M-C4)*(Q1/ETA+ETA*R))
F18Y=((1-Q1*M**2/(N**2*ETA**2))*C1+M**2/(N**2*ETA**2)*Q1/N*S3)
1*S4/M
F28Y=BMN*(S4/M-C4)*(ETA*R*(C1-C3)+Q1/(1-Q1**2)*(S3/N-C3)
1*(1/ETA+Q1*ETA*R))
F38Y=((1-Q1/N**2*M**2/ETA**2))*((C1-C3)/N**2-M**2/(N**2*ETA**2)
1*Q1/(2*N)*(Y**2-1)*S3)*S4/M
F48Y=BMN*(S4/M-C4)*(ETA*R*((C1-C3)/N**2+(Y**2-1)/2*C3)
1-Q1/(1-Q1**2)*(Y**2-1)/2*(S3/N-C3)*(1/ETA+Q1*R*ETA))

F1XY=1./M**2*((C2-C4)/M**2+(X**2-1)/2*C4)*C1
F2XY=Q1/(M**2*N**2*ETA**2)*(C2-C4)*(C1-C3)
F3XY=1./(N**2*ETA**2)*((C1-C3)/N**2+(Y**2-1)/2*C3)*C2
F4XY=(X**4-6*X**2+5)/24*R*ETA*BMN*(S4/M-C4)*(R*ETA*(C1-C3)
1+Q1/(1-Q1**2)*(S3/N-C3)*(1./ETA+Q1*ETA*R))
F5XY=Q1*(Y**2-1)/(2*ETA)*BMN*(S3/N-C3)*(1/ETA*(1./M**2*(C2-C4)
1+(X**2-1)/2*C4)-(X**2-1)/2*Q1/(1-Q1**2)*(S4/M-
C4)*(Q1/ETA+ETA*R))
F6XY=(X**4-6*X**2+5)/24*R*ETA*((1-Q1/N**2*M**2/ETA**2)*C1
1+M**2/(N**2*ETA**2)*Q1/N*S3)*S4/M
F7XY=Q1*(Y**2-1)/(2*ETA)*((M**2/(N**2*ETA**2)-Q1)*(C2-C4)/M**2
1-Q1/(2*M)*(X**2-1)*S4)*S3/N

IF(I12.EQ.2) GO TO 9
A(I1,J1)=(F1XY+F2XY)
A(I1,J2)=(F1XY-F2XY*(1-(ETA**3+Q1*ETA**3)/Q1)+FX*R*ETA*F28Y
1-Q1/2*(Y**2-1)/ETA*F48X)
A(I1,J3)=R*ETA*F1XY-M**2/(N**2*ETA)*F2XY+FX*R*ETA*F18Y
1-Q1/2*(Y**2-1)/ETA*F28X
A(I1,J21)=(X**4-6*X**2+5)/24

192  A(I2,J1)=(F2XY+F3XY)
A(I2,J2)=(1-(ETA**3+Q1*ETA**3)/Q1)*F2XY-F3XY+Q1/2*R/ETA*(X**2-
1)
1*F48Y-(Y**4-6*Y**2+5)/(24*ETA)*F28X
A(I2,J3)=R*ETA*FX*F2XY-M**2/(N**2*ETA)*F3XY+Q1/2*R/ETA*(X**2-1)
1*F38Y-(Y**4-6*Y**2+5)/(24*ETA)*F18X
A(I2,J21)=Q1*(X**2-1)/4*(Y**2-1)/ETA**2

191  A(I3,J1)=0.

```

```

A(I3,J2)=BMN*(S2/(M*N*ETA))*(S1-Y*S3)+R/M*ETA**3/N*S1*(S2-X*S4)
A(I3,J3)=(M**2/(N**2*ETA**2)-Q1)*S2/(N*M)*(S1-Y*S3)+(1-Q1/N**2
1*M**2/ETA**2)*ETA**2/(M*N)*S1*(S2-X*S4)+2*ETA*(1+Q1)/N*M*S2*S1
A(I3,J21)=0.

GO TO 10
9 K9=9
I14=I14+1
I15=I15+1
I16=I16+1
c write(5,212) i14,i15,I16,I12
T1=T1+(B(I14)*C2*C1)
T2=T2+B(I15)/M*S2/N*S1
T3=T3+B(I16)/N*M*S2*S1
C1Y=C1Y+(-B(I16)*F18Y-B(I15)*F28Y)
D1X=D1X+(-B(I16)*F18X-B(I15)*F28X)*ETA
T4=T4+((B(I14)+R*ETA*B(I16))*1./M*S2*C1)
T5=T5+((B(I14)-M**2/(N**2*ETA)*B(I16))*C2/N*S1)
T6=T6+((B(I14)+B(I15)+R*ETA*B(I16))/M**2*(C2-C4)*C1)
T7=T7+((B(I14)-B(I15)-M**2/(N**2*ETA)*B(I16))*(C1-C3)/N**2*C2)
T8=T8+((B(I16))*((1-Q1/N**2*M**2/ETA**2)*C1+(M**2/(N**2*ETA**2)-
Q1)
1*Q1/N*S3)+B(I15)*BMN*(ETA*R*(C1-C3)+Q1/ETA*(S3/N-C3)))
1/M*(S2-X*S4)
T9=T9+((B(I16))*((M**2/(N**2*ETA**2)-Q1)*C2+(1-
Q1/N*M**2/ETA**2)*Q1
1/M*S4)+B(I15)*BMN*((C2-C4)/ETA+Q1*R*ETA*(S4/M-C4)))/N*(S1-
Y*S3))
T10=T10+(B(I15)*(C2-C4)/N**2*(C1-C3)/M**2)
T11=T11+(-B(I14)*(F1XY+F2XY)-B(I15)*(F1XY-F2XY+FX*R*ETA*F28Y
1-Q1/2*(Y**2-1)/ETA*F48X)-B(I16)*(R*ETA*F1XY-
M**2/(N**2*ETA)*F2XY
1+FX*R*ETA*F18Y-Q1/2*(Y**2-1)/ETA*F28X))
T12=T12+(B(I14)*(F2XY+F3XY)+B(I15)*(F2XY-F3XY+Q1/2*R/ETA*(X**2-
1)
1*F48Y-(Y**4-6*Y**2+5)/(24*ETA)*F28X)+B(I16)*(R*ETA*FX*F2XY-M**2
1/(N**2*ETA)*F3XY+Q1/2*R/ETA*(X**2-1)*F38Y-(Y**4-
6*Y**2+5)/(24*ETA)
1*F18X))
10 K10=1
c write(5,212) J1,J2,J3,J4,I12
c write(5,212) I14,I15,I16,I12
3 CONTINUE
4 CONTINUE
IF(I11.EQ.1) GO TO 11
A1(I13)=T1
A2(I13)=T2*ETA
A3(I13)=1/BT*T3
A4(I13)=- (ETA*X+R*ETA**2*X*C1Y+T4/ETA)
A5(I13)=- (Y*D1X-T5)
A6(I13)=(ETA**2/2*(X**2-1)+ETA**3/2*(X**2-1)*R*C1Y-T6*ETA**2)
A7(I13)=(Y**2-1)/2*D1X+T7)
A8(I13)=(ETA**2/(BT*GA)*T8)
A9(I13)=(ETA/(BT*GA)*T9)
A10(I13)=(-T10*ETA*(1+Q1)/GA**3)
A11(I13)=-1/GA**3*((X**4-6*X**2+5)/24+T11)
A12(I13)=-1/GA**3*(-Q1/4*(X**2-1)/ETA**2*(Y**2-1)+T12)
A13(I13)=1.
A14(I13)=1.
A15(I13)=C1Y
A16(I13)=D1X

```

```

I13=I13+1
T1=0.
T2=0.
T3=0.
T4=0.
T5=0.
T6=0.
T7=0.
T8=0.
T9=0.
T10=0.
T11=0.
T12=0.
T13=0.
T14=0.
T15=0.
T16=0.
C1Y=0.
D1X=0.
11  M1=M1+1
    IF(M1.LE.M11) GO TO 5
111  N1=N1+1
     IF(N1.LE.N11) GO TO 6
14   IF(I99.EQ.2) GO TO 12
c    DO 101 I=1,J2
c      WRITE(5,211) (A(I,J),J=1,J21)
c 101  CONTINUE
     CALL GAUS
     WRITE(5,214) (B(I),I=1,J8)
     I13=1
     I11=I11+1
     I12=I12+1
     I99=I99+1
     I77=I77+1
     T1=0.
     T2=0.
     T3=0.
     T4=0.
     T5=0.
     T6=0.
     T7=0.
     T8=0.
     T9=0.
     T10=0.
     T11=0.
     T12=0.
     T13=0.
     T14=0.
     T15=0.
     T16=0.
     C1Y=0.
     D1X=0.
     GO TO 7
12   J2=(N11*M11)
     WRITE (5,213) (A1(I),I=1,J2)
     write (5,102)
     WRITE (5,213) (A2(I),I=1,J2)
     write (5,102)
     WRITE (5,213) (A3(I),I=1,J2)
     write (5,102)
     WRITE (5,213) (A4(I),I=1,J2)

```

```

write (5,102)
WRITE (5,213) (A5(I),I=1,J2)
write (5,102)
WRITE (5,213) (A6(I),I=1,J2)
write (5,102)
WRITE (5,213) (A7(I),I=1,J2)
write (5,102)
WRITE (5,213) (A8(I),I=1,J2)
write (5,102)
WRITE (5,213) (A9(I),I=1,J2)
write (5,102)
WRITE (5,213) (A10(I),I=1,J2)
write (5,102)
WRITE (5,213) (A11(I),I=1,J2)
write (5,102)
WRITE (5,213) (A12(I),I=1,J2)
write (5,102)
c   WRITE (5,213) (A13(I),I=1,j2)
c   write (5,102)
c   write (5,213) (A14(I), I=1,J2)
c   write (5,102)
write (5,213) (A15(I), I=1,J2)
write (5,102)
write (5,213) (A16(I), I=1,J2)
211 FORMAT (6F8.4)
212 FORMAT (8I5)
214 FORMAT (6F10.5)
103 FORMAT (75(1H-))
213 FORMAT (6F10.5)
102 FORMAT (//)
104 FORMAT (1x)
STOP
END
subroutine gaus
implicit real*8(a-h,o-z)
COMMON/C/A(700,701),B(700),IP0(5)
DIMENSION AMN(700)
dimension z(700),ix(700)
150 format(6f11.4)
160 format(//,20x,'rehenie cictem',//)
C   write(5,160)
C   write(*,*)'sistem'
is=ip0(1)
is1=is+1
do 60 i=1,is
ix(i)=i
60 continue
do 61 n=1,is
t=0
do 62 i=n,is
do 62 j=n,is
if(dabs(a(i,j)).le.t) go to 62
t=dabs(a(i,j))
k=i
m=j
62 continue
if(k.eq.n) go to 13
do 14 ip=n,is1
t=a(n,ip)
a(n,ip)=a(k,ip)
a(k,ip)=t

```

```

14 continue
13 if(m.eq.n) go to 15
    do 16 ip=1,is
        t=a(ip,n)
        a(ip,n)=a(ip,m)
        a(ip,m)=t
16 continue
    ip=ix(n)
    ix(n)=ix(m)
    ix(m)=ip
15 continue
    j=is+2
30 j=j-1
    a(n,j)=a(n,j)/a(n,n)
    if(j.gt.n) go to 30
    n1=n+1
    do 61 i=n1,is
        do 61 j=n1,is1
            a(i,j)=a(i,j)-a(i,n)*a(n,j)
61 continue
    i=is1
40 i=i-1
    z(i)=a(i,is1)/a(i,i)
    k=i
50 k=k-1
    a(k,is1)=a(k,is1)-a(k,i)*z(i)
    if(k.gt.1) go to 50
    if(i.gt.2) go to 40
    z(1)=a(1,is1)/a(1,1)
    do 21 k=1,is
        do 21 i=1,is
            if(k.eq.ix(i)) amn(k)=z(i)
21 continue
29 format(//,120(1h-),///// )
c   write(5,150)(amn(i),i=1,is)
c   write(5,29)
c   write(*,*)amn
    do 31 i=1,is
        b(i)=amn(i)
31 continue
    return
    end

```

```

c      PROGRAM Gr62W
c      2005g
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      COMMON /C/A(700,701),B(700),IP0(5)
      DIMENSION A1(700),A2(700),A3(700),A4(700),A5(700),A6(700),
1A7(700),A8(700),A9(700)
      open(5,file='ric1.dat')
      Q1=0.17
      R=1.
      ETA=1.
      M11=6
      N11=6
      M12=M11-1
      N12=N11-1
      I2=0
      I11=1
      I12=1
      I99=1
      I77=1
      J8=2*(N12*M12)
      IP0(1)=J8
      J21=J8+1
      DO 21 I=1,J8
      DO 21 J=1,J21
      A(I,J)=0.
21  CONTINUE
7   X1=1./(M11-1.)
      Y1=1./(N11-1.)
      N1=1
6   N2=N1-1
      Y=N2*Y1
      M1=1
5   M2=M1-1
      X=M2*X1
      IF(I99.EQ.2) GO TO 170
c      IF(N1.EQ.N11) GO TO 14
c      IF(M1.EQ.M11.AND.N1.EQ.N11) GO TO 14
      IF(N1.EQ.1) GO TO 111
      IF(M1.EQ.1) GO TO 11
143 I1=I2+1
      I2=I2+2
170 J1=0
      J2=N12*M12
c      WRITE(5,212) i1,i2,i3,i4,j1,j2,j3,j4,N1,M1
      I14=0
      I15=J2
      DO 4 N=1,N12
      DO 3 M=1,M12
c      IF(N.EQ.N12.AND.M.EQ.M12) GO TO 10
c      write(5,212) J1,J2,J3,J4,I12
      J1=J1+1
      J2=J2+1
      Y3=N*Y
      S1=DSIN(Y3)
      C1=DCOS(Y3)
      X3=M*X
      S2=DSIN(X3)
      C2=DCOS(X3)
      AN=N*1.
      C3=DCOS(AN)
      S3=DSIN(AN)

```

```

AM=M*1.
S4=DSIN(AM)
C4=DCOS(AM)
c   write(5,212) j1,j2,j3,j4,I12
F1X=(S2-S4)/M-(X-1)*C4
F1Y=(C1-C3)/N+(Y**2-1)/2*S3
F2X=(C2-1)/M**2+X/M*S4+(X**2-2*X)/2*C4
F2Y=C1/N**2+Y**2/(2*N)*C3+(Y**4-6*Y**2)/24*S3
F3X=(S2/M-X)/M**2+X**2/(2*M)*S4+(X**3-3*X**2)/2*C4
F1XY=F3X*(N*C1-S3)
F2XY=Q1/(M*ETA**2)*S2*F1Y
F3XY=Q1/(M*ETA**2)*(S2-X*S4)*(C1/N+Y**2/2*S3)
F4XY=M/ETA**4*S2*F2Y
IF(I12.EQ.2) GO TO 9
A(I1,J1)=F1XY+F2XY+F3XY+F4XY
A(I1,J2)=-F1XY+F2XY-F3XY+F4XY
A(I1,J21)=(X**4-4*X**3+6*X**2)/24+Q1*Y**2/(4*ETA**2)*(X**2-2*X)

A(I2,J1)=N**2*S1*F2X+Q1/ETA**2*C2*(S1-Y*S3)
A(I2,J2)=-N**2*S1*F2X+Q1/ETA**2*C2*(S1-Y*S3)-(1+Q1)/ETA**2*(C2-
C4) 1*(S1-Y*S3)

c   A(I2,J1)=N**2*S1*F2X+Q1/ETA**2*S2*(S1-Y*S3)
c   A(I2,J2)=N**2*S1*F2X+1/ETA**2*(C2-(1+Q1)*C4)
A(I2,J21)=0.
GO TO 10
9   K11=1
I14=I14+1
I15=I15+1
c   write(5,212) i14,i15,I12
T1=T1+(B(I14)*M*S2*(N*C1-S3))
T2=T2+(B(I15)*(C2-C4)*(S1-Y*S3))
T3=T3+(B(I14)*(C2-C4)*(N*C1-S3))
T4=T4+(B(I14)*M*S2*(S1-Y*S3))
T5=T5+(B(I14)-B(I15))*F1X*(N*C1-S3)
T6=T6+(B(I14)+B(I15))*M*F1Y*S2
T7=T7+(-B(I14)*(F1XY+F2XY)+B(I15)*(F1XY-F2XY))
T8=T8+(-B(I14)*(F3XY+F4XY)+B(I15)*(F3XY-F4XY))
T9=T9+B(I15)*(S2/M-X)*(C1/N+Y**2/2*S3)
10  K10=1
c   write(5,212) J1,J2,I12
c   write(5,212) I14,I15,I16,I17,I12
3   CONTINUE
4   CONTINUE
IF(I11.EQ.1) GO TO 11
A1(I13)=T1
A2(I13)=T2/ETA
A3(I13)=(X-1)+T3)
A4(I13)=T4/ETA
A5(I13)=(X-1)**2/2+T5)
A6(I13)=-T6/ETA**2
A7(I13)=-((X**4-4*X**3+6*X**2)/24+T7)
A8(I13)=(Q1*Y**2/(4*ETA**2)*(X**2-2*X)+T8)
A9(I13)=(1+Q1)/ETA**2*T9
I13=I13+1
T1=0.
T2=0.
T3=0.
T4=0.
T5=0.

```

```

        T6=0.
        T7=0.
        T8=0.
        T9=0.
11      M1=M1+1
        IF(M1.LE.M11) GO TO 5
111     N1=N1+1
        IF(N1.LE.N11) GO TO 6
14      IF(I99.EQ.2) GO TO 12
c       DO 101 I=1,12
c       WRITE(5,211) (A(I,J),J=1,J21)
c 101   CONTINUE
        CALL GAUS
        WRITE(5,214) (B(I),I=1,J8)
        I13=1
        I11=I11+1
        I12=I12+1
        I99=I99+1
        I77=I77+1
        T1=0.
        T2=0.
        T3=0.
        T4=0.
        T5=0.
        T6=0.
        T7=0.
        T8=0.
        T9=0.
        GO TO 7
12      J2=(N11*M11)
        write (5,103)
        write (5,102)
        WRITE (5,213) (A1(I),I=1,J2)
        write (5,102)
        WRITE (5,213) (A2(I),I=1,J2)
        write (5,102)
        WRITE (5,213) (A3(I),I=1,J2)
        write (5,102)
        WRITE (5,213) (A4(I),I=1,J2)
        write (5,102)
        WRITE (5,213) (A5(I),I=1,J2)
        write (5,102)
        WRITE (5,213) (A6(I),I=1,J2)
        write (5,102)
        WRITE (5,213) (A7(I),I=1,J2)
        write (5,102)
        WRITE (5,213) (A8(I),I=1,J2)
        write (5,102)
c       WRITE (5,213) (A9(I),I=1,J2)
211     FORMAT (6F12.4)
212     FORMAT (8I5)
214     FORMAT (5F14.2)
213     FORMAT (6F13.3)
102     FORMAT (68(1H-))
103     FORMAT (1x)
        STOP
        END
        subroutine gaus
        implicit real*8(a-h,o-z)
        COMMON/C/A(700,701),B(700),IP0(5)
        DIMENSION AMN(700)

```

```

        dimension z(700),ix(700)
150 format(6f11.4)
160 format(//,20x,'rehenie cictem',//)
C      write(5,160)
C      write(*,*)'sistem'
        is=ip0(1)
        is1=is+1
        do 60 i=1,is
            ix(i)=i
60      continue
        do 61 n=1,is
            t=0
            do 62 i=n,is
                do 62 j=n,is
                    if(dabs(a(i,j)).le.t) go to 62
                    t=dabs(a(i,j))
                    k=i
                    m=j
62      continue
            if(k.eq.n) go to 13
            do 14 ip=n,is1
                t=a(n,ip)
                a(n,ip)=a(k,ip)
                a(k,ip)=t
14      continue
13      if(m.eq.n) go to 15
            do 16 ip=1,is
                t=a(ip,n)
                a(ip,n)=a(ip,m)
                a(ip,m)=t
16      continue
            ip=ix(n)
            ix(n)=ix(m)
            ix(m)=ip
15      continue
            j=is+2
30      j=j-1
            a(n,j)=a(n,j)/a(n,n)
            if(j.gt.n) go to 30
            n1=n+1
            do 61 i=n1,is
                do 61 j=n1,is1
                    a(i,j)=a(i,j)-a(i,n)*a(n,j)
61      continue
            i=is1
40      i=i-1
            z(i)=a(i,is1)/a(i,i)
            k=i
50      k=k-1
            a(k,is1)=a(k,is1)-a(k,i)*z(i)
            if(k.gt.1) go to 50
            if(i.gt.2) go to 40
            z(1)=a(1,is1)/a(1,1)
            do 21 k=1,is
                do 21 i=1,is
                    if(k.eq.ix(i)) amn(k)=z(i)
21      continue
29      format(//,120(1h-),/////))
c      write(5,150)(amn(i),i=1,is)
c      write(5,29)
c      write(*,*)amn

```

```
do 31 i=1,is  
  b(i)=amn(i)  
31 continue  
  return  
end
```